

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Федорова Марина Владимировна
Должность: Директор филиала
Дата подписания: 29.09.2023 10:20:34
Уникальный программный ключ:
e766def0e2eb455f02135d659e45051ac23041da

Приложение №9.4.21
к ППСЗ по специальности 09.02.03
Программирование в компьютерных
системах

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ
для специальности**

09.02.03 Программирование в компьютерных системах

Уровень подготовки - базовый

Год начала подготовки 2020

СОДЕРЖАНИЕ

1.	ПАСПОРТ ФОНДА КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ	4
2.	РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ, ПОДЛЕЖАЩИЕ ПРОВЕРКЕ	4
3.	ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	7
4.	КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ	46
	ПРИЛОЖЕНИЕ	49
	ЛИТЕРАТУРА	50

1. Паспорт фонда контрольно-оценочных средств

Контрольно-оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины Элементы высшей математики.

ФОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации в форме экзамена и итоговой аттестации в форме экзамена.

ФОС разработаны на основании положений:

- программы подготовки специалистов среднего звена по специальности СПО 09.02.03 Программирование в компьютерных системах;
- программы учебной дисциплины Элементы высшей математики;
- учебного плана по специальности СПО 09.02.03 Программирование в компьютерных системах;
- положения «О фонде оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости промежуточной и итоговой аттестации студентов и обучающихся филиала СамГУПС в г.Алатыре».

2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

2.1 Перечень умений, знаний, общих и профессиональных компетенций

В результате освоения учебной дисциплины Элементы высшей математики обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС по специальности СПО 09.02.03 Программирование в компьютерных системах (базовый уровень) следующими умениями, знаниями, которые формируют профессиональную компетенцию, и общими компетенциями:

- У1. Уметь выполнять операции над матрицами
 - У2. Уметь решать системы линейных уравнений
 - У3. Уметь решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости
 - У4. Уметь применять методы дифференциального и интегрального исчисления
 - У5. Уметь решать дифференциальные уравнения
 - У6. Уметь пользоваться понятиями теории комплексных чисел
-
- З1. Знать основы математического анализа, линейной и аналитической геометрии
 - З2. Знать основы дифференциального и интегрального исчисления
 - З3. Знать основы теории комплексных чисел

- ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.
- ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.
- ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.
- ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.
- ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

- ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.
- ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.
- ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.
- ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ПК 1.1. Выполнять разработку спецификаций отдельных компонент.

ПК 1.2. Осуществлять разработку кода программного продукта на основе готовых спецификаций на уровне модуля.

ПК 2.4. Реализовывать методы и технологии защиты информации в базах данных.

ПК 3.4. Осуществлять разработку тестовых наборов и тестовых сценариев.

В рамках программы учебной дисциплины реализуется программа воспитания, направленная на формирование следующих личностных результатов (дескрипторов):

ЛР 5. Демонстрирующий приверженность к родной культуре, исторической памяти на основе любви к Родине, родному народу, малой родине, принятию традиционных ценностей многонационального народа России.

ЛР 7. Осознающий приоритетную ценность личности человека; уважающий собственную и чужую уникальность в различных ситуациях, во всех формах и видах деятельности.

ЛР 13. Демонстрирующий готовность обучающегося соответствовать ожиданиям работодателей: ответственный сотрудник, дисциплинированный, трудолюбивый, нацеленный на достижение поставленных задач, эффективно взаимодействующий с членами команды, сотрудничающий с другими людьми, проектно мыслящий.

ЛР 17. Ценностное отношение обучающихся к своему Отечеству, к своей малой и большой Родине, уважительного отношения к ее истории и ответственного отношения к ее современности.

ЛР 18. Ценностное отношение обучающихся к людям иной национальности, веры, культуры; уважительного отношения к их взглядам.

ЛР 19. Уважительное отношения обучающихся к результатам собственного и чужого труда.

ЛР 22 Приобретение навыков общения и самоуправления.

ЛР 23. Получение обучающимися возможности самораскрытия и самореализация личности.

2.2. Форма аттестации

Формой аттестации по учебной дисциплине является экзамен

2.3. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Таблица 1.1

Результаты обучения: умения, знания и общие компетенции	Показатели оценки результата	Форма контроля и оценивания
Уметь:		
<i>У1 - выполнять операции над матрицами;</i> ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать	-сложение, вычитание и умножение матриц; -вычисление обратной и транспонированной матриц	Устный опрос Самостоятельные работы; практические работы контрольные

<p>их эффективность и качество. ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития. ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.</p>		<p>работы;</p>
<p><i>У 2 - решать системы линейных уравнений;</i> ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество. ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.</p>	<p>-вычисление определителя матрицы -решение систем уравнений методом Крамера, Гаусса и обратной матрицы</p>	<p>Устный опрос Самостоятельные работы; практические работы контрольные работы;</p>
<p><i>У 3 - решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости</i> ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество. ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.</p>	<p>-составление общего уравнения прямой, канонического и параметрического уравнений -составление уравнений окружности, эллипса, гиперболы и параболы -нахождение координат центра и радиуса окружности -нахождение осей и эксцентриситета эллипса</p>	
<p><i>У 4- применять методы дифференциального и интегрального исчисления</i> ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество. ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.</p>	<p>-вычисление производных элементарных и сложных функций -использование производной к исследованию функции и построению графика -вычисление определенного интеграла -применение определенного интеграла к решению прикладных задач</p>	
<p><i>У 5- решать дифференциальные уравнения</i> ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения</p>	<p>-решение дифференциальных уравнений первого и второго порядка</p>	

<p>профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество. ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.</p>		
<p>У 6 - пользоваться понятиями теории комплексных чисел ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество. ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.</p>	<p>-нахождение модуля и аргументов комплексного числа -переход от одной формы записи комплексного числа к другой -выполнение действий над комплексными числами</p>	
<p>Знать:</p>		
<p>З1 - основы математического анализа, линейной и аналитической геометрии; ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес. ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество. ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность. ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с</p>	<p>-правила выполнения действий над матрицами -правила вычисления определителя и свойства определителя -методы решения систем линейных уравнений -формулы прямой, окружности, эллипса, гиперболы и параболы</p>	
<p>З2 - основы дифференциального и интегрального исчисления; ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития. ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.</p>	<p>-правила вычисления производных и интегралов</p>	

3. Оценка освоения учебной дисциплины

3.1. Формы и методы оценивания

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по дисциплине *Элементы высшей математики* направленные на формирование общих и профессиональных компетенций.

Оценка освоения дисциплины *Элементы высшей математики* включает текущий контроль успеваемости, промежуточную аттестацию в виде экзамена. Проведение текущего контроля успеваемости осуществляется в форме устных опросов, письменных заданий, практических занятий. Для этих целей формируются фонды оценочных средств, включающие типовые задания, тесты и методы контроля, позволяющие оценить знания, умения и уровень приобретенных компетенций.

Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по темам (разделам)

Таблица 2.2

Элемент учебной дисциплины	Формы и методы контроля			
	Контроль в ходе изучения дисциплины		Промежуточная аттестация	
	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З
Раздел 1 Элементы линейной алгебры			экзамен	У1, З1, ОК 4, ОК 5, ОК 2
Тема 1.1 Матрицы	Практическое занятие №1 Тестирование Самостоятельные работы	У1, З1, ОК 4, ОК 5, ОК 2		
Тема 1.2 Определители	Практическое занятие №2 Тестирование Самостоятельные работы	У1, З1, ОК 4, ОК 5, ОК 2		
Тема 1.3 Системы линейных уравнений	Практическое занятие №3 Тестирование Самостоятельные работы	У1, З1, ОК 4, ОК 5, ОК 2		
Раздел 2 Прямая линия			экзамен	У1, З1, ОК 4, ОК 5, ОК 2
Тема 2.1 Уравнения прямых	Самостоятельные работы	У1, З1, ОК 4, ОК 5, ОК 2		
Тема 2.2 Угол между прямыми	Практическое занятие №4-6 Самостоятельные работы	У1, З1, ОК 4, ОК 5, ОК 2		
Раздел 3. Кривые второго порядка на плоскости			экзамен	У1, У2, У3 З1, ОК 4, ОК 5, ОК 2
Тема 3.1 Окружность	Тестирование Самостоятельные работы	У2 ЗЗ ОК 2, ОК 4, ОК 5, ОК 3		
Тема 3.2 Эллипс	Практическое занятие №7 Тестирование Самостоятельные работы	У2 ЗЗ ОК 2, ОК 4, ОК 5, ОК 3		
Тема 3.3 Гипербола	Практическое занятие №8 Тестирование Самостоятельные работы	У2 ЗЗ ОК 2, ОК 4, ОК 5, ОК 3		
Тема 3.4 Парабола	Практическое занятие №9 Самостоятельные работы	У2 ЗЗ ОК 2, ОК 4, ОК 5, ОК 3		
Раздел 4 Комплексные числа			экзамен	У1, З1, ОК 4, ОК 5, ОК 2
Тема 4.1 Формы комплексных чисел	Практическое занятие № 10 Самостоятельные работы	У2 ЗЗ ОК 2, ОК 4, ОК 5, ОК 3		
Тема 4.2 Действия над комплексными числами	Практическое занятие № 11-12 Самостоятельные работы	У2 ЗЗ ОК 2, ОК 4, ОК 5, ОК 3		
Раздел 5 Дифференциальное исчисление			экзамен	У1, У2 З1, З2 ОК 4, ОК 5, ОК 2
Тема 5.1 Производная и	Практическое занятие № 13-17 Самостоятельные работы	У2 ЗЗ ОК 2, ОК 4,		

дифференциал		OK5, OK3		
Тема 5.2 Функции двух переменных	Практическое занятие № 18-21 Самостоятельные работы	У2 ЗЗOK 2, OK4, OK5, OK3		
Раздел 6 Интегральное исчисление			экзамен	У1, З 1,32 OK 4, OK 5,OK2
Тема 6.1 Неопределенный интеграл	Практическое занятие № 22 Самостоятельные работы	У1, З 1, OK 4, OK 5,OK 2		
Тема 6.2 Определенный интеграл	Практическое занятие № 23 Самостоятельные работы	У2 ЗЗOK 2, OK4, OK5, OK3		
Тема 6.3 Интегральное исчисление функции двух переменных	Практическое занятие № 24 Самостоятельные работы	У1, З 1, OK 4, OK 5,OK 2		
Раздел 7 Дифференциальные уравнения			экзамен	У1, У2 З 1, OK 4, OK 5,OK2
Тема 7.1 Дифференциальные уравнения первого порядка	Практическое занятие № 25-26 Самостоятельные работы	У1, З 1, OK 4, OK 5,OK 2		
Тема 7.2 Дифференциальные уравнения второго порядка	Практическое занятие № 27-28 Самостоятельные работы	У1, З 1, OK 4, OK 5,OK 2		
Тема 7.3 Дифференциальные уравнения в науке и технике	Практическое занятие № 29-30 Самостоятельные работы	У2 ЗЗOK 2, OK4, OK5, OK3		

3.2. Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины

Текущий контроль

Практические работы

Практическое занятие № 1.

Тема: Операции над матрицами.

Цель работы: научиться:

- определять размер и вид матрицы;
- выполнять сложение и вычитание матриц, умножение матрицы на число, транспонирование матрицы;
- выполнять умножение матриц, возведение матрицы в степень.

Порядок проведения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.

Задания для самостоятельного решения

<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>
№ 1. Выполнить действия:	

$3 \begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ -2 & 3 & -4 \\ 5 & -6 & 8 \end{pmatrix} \pm \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -10 & 54 & 22 \\ 0 & -6 & 18 \\ -8 & 4 & 2 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -21 & -9 & -3 \\ 6 & -27 & 12 \\ -15 & 18 & 0 \end{pmatrix} \pm 4 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 4 & -2 \\ 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}$
№ 2. Найти произведение матриц:	
$\begin{pmatrix} a & -a & a \\ 1 & 1 & 1 \\ -a & a & -a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -a & 1 & a \\ a & 1 & -a \\ -a & 1 & a \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -b & b & -b \\ 1 & 1 & 1 \\ b & -b & b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b & 1 & -b \\ -b & 1 & b \\ b & 1 & -b \end{pmatrix}$
№ 3. Возвести матрицу в куб:	
$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}^3$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}^3$
№ 4. Вычислить матрицу $D = (AB)^T - C^2$, где	
$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$
№ 5. Вычислить матрицу $D = ABC - 3E$, где E - единичная матрица	
$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, C = (2 \ 0 \ 5)$	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 3 \\ 2 & 6 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, C = (1 \ 2 \ 0)$

Практическое занятие № 2.

Вычисление определителей матриц 2-го и 3-го порядка

Цель работы: научиться вычислять определители матриц второго и третьего порядка и применять свойства определителей.

Порядок проведения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.

Задания для самостоятельного решения

<i>Вариант 1.</i>	<i>Вариант 2.</i>
№ 1.	
Дать определение определителя второго порядка. Привести примеры.	Доказать свойство равноправности строк и столбцов определителя. Привести примеры.
№ 2. Какой из определителей больше и во сколько раз?	
$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 7 & -11 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}$ или $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 28 & -44 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}$	$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 20 & -10 \\ 6 & 3 \end{vmatrix}$ или $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 9 & -15 \\ 10 & 10 \end{vmatrix}$
№ 3. Вычислить определитель:	

$\begin{vmatrix} 4^{\frac{1}{2}} & 81^{\frac{1}{4}} \\ \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} & \sqrt{2^6} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 8^{-\frac{1}{3}} & 2^{-1} \\ 36^{\frac{1}{2}} & \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \end{vmatrix}$
№ 6.	
Доказать любое свойство определителя. Привести пример.	Дать определение определителя третьего порядка. Привести пример.
№ 7.	
Вычислить определитель 3-го порядка, используя определение	
$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$
№ 8. Вычислить определитель, используя его свойства:	
$\begin{vmatrix} 9 & 2 & -3 \\ 18 & 4 & -3 \\ 54 & -2 & -3 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 20 & 2 & 5 \\ -40 & 2 & 5 \\ -60 & 2 & 10 \end{vmatrix}$

Практическое занятие № 3.

Тема: Решение систем линейных уравнений

Цель работы:

- научиться решать системы линейных уравнений методом Крамера, Гаусса и обратной матрицы;
- закрепить навык вычисления определителя матрицы, обратной матрицы, произведения двух матриц;
- научиться приводить матрицу к треугольному виду, используя свойства матриц;
- научиться производить проверку решения системы линейных уравнений.

Порядок проведения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.

Задание. Решить систему линейных уравнений методом Крамера, Гаусса и обратной матрицы и выполнить проверку решения.

(№ задания соответствует порядковому номеру студента в журнале)

1.	2.	3.
4.	5.	6.
7.	8.	9.
10.	11.	12.

13.	14.	15.
-----	-----	-----

Практическое занятие № 4.

Тема: Составление уравнений прямых.

Цель работы:

- научиться составлять различные уравнения прямых;
- научиться строить прямые на плоскости.

Порядок проведения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.

Задания для самостоятельного решения

<i>Вариант 1.</i>	<i>Вариант 2.</i>
№ 1. Составить уравнение прямой, проходящей через данную точку M_0 и перпендикулярной данному вектору \overrightarrow{AB} :	
$M_0 (-2; -3), A (-5; 2), B (-1; 4)$	$M_0 (2; 2), A (1; -3), B (6; -5)$
№ 2. Преобразуйте уравнения следующих прямых к уравнениям в отрезках на осях:	
$2x + 3y + 1 = 0.$	$2x + 3y - 6 = 0$
№ 3. Составьте уравнения прямой, проходящей через точку M и имеющей угловой коэффициент k :	
$M (-1; -1), k = 1$	$M (2; 0), k = -2$
№ 4. Составьте уравнения сторон треугольника, вершинами которого служат точки	
$A (-3; -2), B (1; 5), C (8; -4)$	$A (-1; -3), B (3; 5), C (4; 0)$
№ 5. Составить уравнение прямой,	
проходящей через точку $(4; -5)$ и образующей с осью Ox угол $\arctg(-3)$.	проходящей через точку $(2; 3)$ и образующей с осью Ox угол 45° .
Дополнительное задание. Треугольник задан вершинами: $A (-5; -2), B (7; 6), C (5; -4)$. Найдите:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. уравнение стороны AB; 2. уравнение медианы AM; 3. уравнение высоты CH; 4. углы B и C. 	
<i>Вариант 3.</i>	<i>Вариант 4.</i>

№ 1. Составить уравнение прямой, проходящей через данную точку M_0 и перпендикулярной данному вектору \vec{n} :	
$M_0(-2; -3), \vec{n} = (4; -5)$	$I_0(1; -1), \vec{i} = (-3; 4)$
№ 2. Составить уравнение прямой в отрезках на осях, если она пересекает оси координат в точках:	
$A(-2; 0), A(0; 3)$	$A(3; 0), A(0; -4)$
№ 3. Составьте уравнения прямой, проходящей через начало координат и точку:	
$A(3; -6)$	$A(-1; -5)$
№ 4. Треугольник задан вершинами:	
$A(-3; 4), A(-4; -3), N(8; 1)$ Составить уравнение медианы AD .	$A(2; 5), A(-6; -4), N(6; -3)$ Составить уравнение медианы BD .
№ 5. Составить уравнение прямой,	
проходящей через точку $(-1; -1)$ и имеющей угловой коэффициент $k = 1$.	проходящей через точку $(2; 0)$ и имеющей угловой коэффициент $k = -2$.
Дополнительное задание. Треугольник задан вершинами: $A(-7; 3), A(2; -1), N(-1; -5)$. Найдите: <ol style="list-style-type: none"> 1. уравнение прямой AM, параллельной стороне BC; 2. уравнение медианы AD; 3. уравнение высоты BF; 4. уравнение биссектрисы CN. 	

Практическое занятие № 5.

Взаимное расположение прямых. Угол между прямыми.

Цель работы:

- научиться решать задачи на взаимное расположение прямых на плоскости;
- сформировать умение вычислять угол между прямыми;
- закрепить умение строить прямые на плоскости.

Порядок выполнения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1.	Вариант 2.
№ 1. Найти вершины треугольника, если его стороны заданы уравнениями:	
$4x + 3y + 20 = 0,$ $6x - 7y - 16 = 0,$ $x - 5y + 5 = 0.$	$7x + 3y - 25 = 0,$ $2x - 7y - 15 = 0,$ $9x - 4y + 15 = 0.$
№ 2. Найти острый угол между прямыми	

$2x - 3y + 6 = 0$ и $3x - y - 3 = 0$.	$\frac{x-1}{5} = \frac{y-4}{12}$ и $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{4}$
№ 3.	
При каком значении параметра a прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{5}$ и $\frac{x+6}{4} = \frac{y-2}{a}$ параллельны?	Проверить, параллельны ли прямые: $2x - 3y + 4 = 0$ и $10x - 15y - 7 = 0$.
№ 4. Проверить, перпендикулярны ли прямые:	
$3x - 4y + 12 = 0$ и $4x + 3y - 6 = 0$.	$4x + 5y - 8 = 0$ и $3x - 2y + 4 = 0$.
Вариант 3.	Вариант 4.
№ 1. Составить уравнение прямой, перпендикулярной данному вектору и проходящей через точку пересечения данных прямых:	
$\vec{n} = (-3; 2), 2x + 3y - 17 = 0, x + y - 6 = 0$	$\vec{n} = (-4; -5), 3x + y - 10 = 0, 2x + y - 6 = 0$
№ 2. Найти острый угол между:	
прямой $3x + 2y + 4 = 0$ и прямой, проходящей через точки $A(4; -3)$ и $B(2; -2)$.	прямой $x + 2y - 4 = 0$ и прямой, проходящей через точки $A(1; 5)$ и $B(-4; 3)$.
№ 3. Составить уравнение прямой:	
проходящей через точку $A(-3; 2)$ параллельно прямой $5x - 3y + 21 = 0$.	проходящей через точку $A(-1; -4)$ параллельно прямой $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$.
№ 4. Проверить, перпендикулярны ли прямые:	
$\frac{x-x_1}{2} = \frac{y-y_1}{3}$ и $\frac{x-x_2}{3} = \frac{y-y_2}{-2}$	$\frac{x-x_1}{5} = \frac{y-y_1}{-4}$ и $\frac{x-x_2}{4} = \frac{y-y_2}{5}$

Практическая работа № 6. Расстояние от точки до прямой

Цель работы:

- сформировать умение вычислять угол между прямыми, расстояния от точки до прямой и между параллельными прямыми по формулам;
- закрепить умение строить прямые на плоскости.

Порядок проведения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.

Вариант 1.	Вариант 2.
№ 1. Проверить, каково взаимное расположение прямых::	
$4x + 5y - 8 = 0$ и $3x - 2y + 4 = 0$.	$3x - 4y + 12 = 0$ и $4x + 3y - 6 = 0$.

$\frac{x-x_1}{5} = \frac{y-y_1}{-4}$ и $\frac{x-x_2}{4} = \frac{y-y_2}{5}$	$\frac{x-x_1}{2} = \frac{y-y_1}{3}$ и $\frac{x-x_2}{3} = \frac{y-y_2}{-2}$
№ 2. Найти расстояние между двумя параллельными прямыми	
$4x + 3y + 33 = 0$ и $4x + 3y - 17 = 0.$	$12x + 5y - 101 = 0$ и $12x + 5y + 68 = 0.$
№ 3. Найти расстояние	
от точки $M(-2; 4)$ до прямой $4x - 3y - 5 = 0.$	от точки $M(4; 6)$ до прямой $3x + 4y + 14 = 0.$

Практическая работа № 7. Составление уравнения окружности, эллипса

Цель работы:

- научиться составлять уравнения окружности и эллипса;
- сформировать умение из уравнения окружности находить ее радиус и координаты центра;
- сформировать умение из уравнения эллипса находить координаты его вершин, фокусов, длины осей и эксцентриситет;
- закрепить навык построения окружности и эллипса на плоскости.

Порядок проведения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради или по учебнику.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.

Задания для самостоятельного решения

<i>Вариант 1.</i>	<i>Вариант 2.</i>
№ 1. Составить уравнение окружности с центром	
в начале координат и радиусом, равным $\sqrt{3}$.	в точке $(-2; -5)$ и радиусом, равным 3.
Построить эти окружности.	
№ 2. Из уравнения окружности найти ее радиус и координаты центра. Изобразить окружности:	
$(x-2)^2 + (y+5)^2 = 16$	$x^2 + (y-3)^2 = 25$
№ 3. Составить уравнение окружности	
с центром в точке $(-1; 4)$, и проходящей через точку $(3; 5)$.	с центром в точке $(-3; 0)$, и проходящей через точку $(2; 4)$.
№ 4. Даны две окружности:	
$x^2 + y^2 - 8x - 4y + 11 = 0$ и $x^2 + y^2 + 4x + 12y + 4 = 0$	$x^2 + y^2 + 4x - 6y - 23 = 0$ и $x^2 + y^2 - 10x - 14y + 58 = 0$
<ol style="list-style-type: none"> 1. Найти координаты центров и радиусы окружностей. 2. Вычислить расстояние между центрами окружностей. 3. Составить уравнение прямой, проходящей через центры окружностей. 	

№ 5. Выполнить задание.	
Дать определение эллипса. Назвать его элементы. Записать его уравнение.	Записать уравнение эллипса, если его фокусы лежат на оси Ox .
Изобразить эллипс.	
№ 6. Составить уравнение эллипса:	
с фокусами на оси Ox , если $2a = 8$, $2b = 6$.	с фокусами на оси Oy , если $2a = 10$, $2b = 4$.
№ 7. Найти координаты вершин, фокусов, длины осей и эксцентриситет эллипса. Построить эллипс.	
$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$	$\frac{x^2}{400} + \frac{y^2}{100} = 1$
Вариант 3.	Вариант 4.
№ 1. Составить уравнение окружности с центром	
в точке $(0; 3)$ и радиусом 4.	в точке $(2; 0)$ и радиусом 5.
Построить эти окружности.	
№ 2. Из уравнения окружности найти ее радиус и координаты центра. Изобразить окружности:	
$(x + 4)^2 + y^2 = 9$	$x^2 + (y + 2)^2 = 4$
№ 3. Составить уравнение окружности,	
проходящей через начало координат и имеющей центр в точке $(-2; 3)$.	проходящей через начало координат и имеющей центр в точке $(3; -5)$.
№ 4. Даны две окружности:	
$x^2 + y^2 - 10x + 16y + 80 = 0$ и $x^2 + y^2 + 6x + 4y - 12 = 0$	$x^2 + y^2 + 4x - 12y + 36 = 0$ и $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 5 = 0$
<ol style="list-style-type: none"> 1. Найти координаты центров и радиусы окружностей. 2. Вычислить расстояние между центрами окружностей. 3. Составить уравнение прямой, проходящей через центры окружностей. 	
№ 5. Выполнить задание.	
Что такое эксцентриситет эллипса? Что он показывает?	Записать уравнение эллипса, если его фокусы лежат на оси Oy .
Изобразить эллипс.	
№ 6. Составить уравнение эллипса:	
две его вершины находятся в точках $(0; -8)$ и $(0; 8)$, а фокусы – в точках $(-5; 0)$ и $(5; 0)$.	две его вершины находятся в точках $(-5; 0)$ и $(5; 0)$, а фокусы – в точках $(-3; 0)$ и $(3; 0)$.
№ 7. Найти координаты вершин, фокусов, длины осей и эксцентриситет эллипса. Построить эллипс.	
$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{81} = 1$	$\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{25} = 1$

Практическое занятие № 8.

Составление уравнения гиперболы и ее построение

Цель работы:

- научиться составлять уравнение гиперболы;

- сформировать умение из уравнения гиперболы находить координаты ее вершин, фокусов, длины осей, эксцентриситет и асимптоты;
- закрепить навык построения гиперболы на плоскости.

Порядок проведения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям заданий и выполнить геометрические построения гиперболы.

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1.	Вариант 2.
№ 1. Выполнить задание.	
Дать определение гиперболы и ее элементов. Записать ее уравнение.	Записать уравнение гиперболы и доказать ее основные свойства.
Изобразить гиперболу.	
№ 2. Составить каноническое уравнение гиперболы, если:	
ее вершины находятся в точках $A^1(-5; 0)$ и $A^2(5; 0)$, а $F^1F^2 = 14$.	ее действительная полуось равна 12, а мнимая полуось равна 5.
№ 3. Составить каноническое уравнение гиперболы, если:	
длина ее действительной оси равна 14, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{9}{7}$.	длина ее мнимой оси равна 8, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.
№ 4. Даны гиперболы:	
$36x^2 - 64y^2 = 2304$	$16x^2 - 25y^2 = 400$
Найти длины осей, координаты вершин, фокусов, уравнения асимптот и эксцентриситет. Построить гиперболу.	
Вариант 3.	Вариант 4.
№ 1. Выполнить задание.	
Дать определение равносторонней гиперболы. Записать ее уравнение.	Что такое асимптоты и эксцентриситет гиперболы? Записать их формулы.
Изобразить гиперболу.	
№ 2. Составить каноническое уравнение гиперболы, если:	
ее вершины находятся в точках $A^1(-3; 0)$ и $A^2(3; 0)$, а фокусы – в точках $F^1(-5; 0)$ и $F^2(5; 0)$.	ее фокальное расстояние равно 10, а длина действительной оси равна 6.
№ 3. Составить каноническое уравнение гиперболы, если известны координаты ее фокусов и эксцентриситет:	
$F(\pm 2\sqrt{2}; 0)$, $\varepsilon = 2$.	$F(\pm 3\sqrt{3}; 0)$, $\varepsilon = \frac{\sqrt{6}}{2}$.
№ 4. Даны гиперболы:	
$16x^2 - 9y^2 = 144$	$9x^2 - 4y^2 = 144$

Найти длины осей, координаты вершин, фокусов, уравнения асимптот и эксцентриситет. Построить гиперболу.

Практическое занятие № 9.
Составление уравнения параболы и ее построение

Цель работы:

- научиться составлять уравнение параболы и ее директрисы;
- сформировать умение из уравнения параболы находить ее параметр p ;
- закрепить навык построения параболы на плоскости.

Порядок проведения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям заданий и выполнить геометрические построения параболы.

Задания для самостоятельного решения

<i>Вариант 1.</i>	<i>Вариант 2.</i>
№ 1. Составить уравнение параболы с вершиной в начале координат, если ее фокус находится в точке	
$F(5; 0).$	$F(-4; 0).$
Изобразить параболу.	
№ 2. Составить уравнение параболы с вершиной в начале координат, если ее директрисой служит прямая:	
$y = 1.$	$y = -4.$
Сделать рисунок.	
№ 3. Составить уравнение параболы с вершиной в начале координат, симметричной относительно оси Ox и проходящей через точку	
$M(-4; 2).$	$M(5; -3).$
Изобразить параболу.	
№ 4. Найти точки пересечения:	
параболы $y^2 = 16x$ с прямой $2x - y + 2 = 0.$	параболы $y^2 = 4x$ с прямой $2x - 3y + 4 = 0.$
Сделать рисунок.	
<i>Вариант 3.</i>	<i>Вариант 4.</i>
№ 1. Составить уравнение параболы с вершиной в начале координат, если ее фокус находится в точке	
$F(0; 2).$	$F(0; -3).$
Изобразить параболу.	
№ 2. Составить уравнение параболы с вершиной в начале координат, если ее директрисой служит прямая:	
$x = 3.$	$x = -2.$

Сделать рисунок.	
№ 3. Составить уравнение параболы с вершиной в начале координат, симметричной относительно оси Oy и проходящей через точку	
$M(2; -3)$.	$M(-3; 1)$.
Изобразить параболу.	
№ 4. Найти точки пересечения:	
парабол $y = x^2$ и $x = y^2$	параболы $y^2 = x$ с прямой $2x - y - 3 = 0$.
Сделать рисунок.	

Практическая работа №10.

Тема: Нахождение модуля и аргумента комплексного числа. Переход от одной формы записи комплексного числа к другой.

Цель: Научиться находить модуль и аргумент комплексного числа, записанного в алгебраической форме. Научиться записывать комплексное число в тригонометрической и показательной форме.

Порядок проведения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.

Задания для самостоятельного выполнения

Даны комплексные числа Z_1 , Z_2 и Z_3 .

- 1) Найти модуль и аргумент каждого их чисел;
- 2) Записать числа в тригонометрической форме;
- 3) Записать числа в показательной форме.

№ варианта	Z_1	Z_2	Z_3
1	$-2+2\sqrt{3}i$	$2-2i$	$6+2\sqrt{3}i$
2	$1+i$	$3+3\sqrt{3}i$	$-3+3i$
3	$\sqrt{3}+i$	$1-i$	$-2+2\sqrt{3}i$
4	$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$	$1-i$	$5+5i$
5	$-\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{6}i$	$-1+i$	$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$
6	$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$	5	$5+5i$
7	$6+2\sqrt{3}i$	$2-2i$	$-3i$
8	$-\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{6}i$	$2\sqrt{2}-2\sqrt{6}i$	$-\sqrt{3}i$
9	3	$2+2i$	$-\sqrt{3}i$
10	$-i$	$-2i$	$-1-i$
11	$-\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{6}i$	$2\sqrt{2}-2\sqrt{6}i$	$1+i$
12	$2\sqrt{3}-2i$	$\sqrt{2}+\sqrt{2}i$	$2+\sqrt{3}i$
13	$-2+i$	$2-i$	$2-i$
14	$2+2i$	$\sqrt{2}-\sqrt{2}i$	$\sqrt{3}i$

Практическая работа №11.

Тема: Действия над комплексными числами в алгебраической форме.

Цель: Научиться производить операции над комплексными числами, записанными в алгебраической форме

Порядок проведения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.

Задания для самостоятельного выполнения

Даны комплексные числа Z_1 , Z_2 и Z_3 .

- 1) Выполните действия: $Z_1 + Z_2$, $Z_1 - Z_3$;
- 2) Найдите произведения чисел Z_1 , Z_2 ;
- 3) Выполните деление $\frac{Z_1}{Z_2}$;
- 4) Вычислите $(Z_3)^2$.

№ варианта	Z_1	Z_2	Z_3
1	$-2+2\sqrt{3}i$	$2-2i$	$6+2\sqrt{3}i$
2	$1+i$	$3+3\sqrt{3}i$	$-3+3i$
3	$\sqrt{3}+i$	$1-i$	$-2+2\sqrt{3}i$
4	$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$	$1-i$	$5+5i$
5	$-\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{6}i$	$-1+i$	$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$
6	$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$	5	$5+5i$
7	$6+2\sqrt{3}i$	$2-2i$	$-3i$
8	$-\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{6}i$	$2\sqrt{2}-2\sqrt{6}i$	$-\sqrt{3}-i$
9	3	$2+2i$	$-\sqrt{3}-i$
10	$-i$	$-2i$	$-1-i$
11	$-\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{6}i$	$2\sqrt{2}-2\sqrt{6}i$	$1+i$
12	$2\sqrt{3}-2i$	$\sqrt{2}+\sqrt{2}i$	$2+\sqrt{3}i$
13	$-2+i$	$2-i$	$2-i$
14	$2+2i$	$\sqrt{2}-\sqrt{2}i$	$\sqrt{3}-i$

Практическая работа №12.

Тема: Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной форме.

Цель: Научиться производить операции над комплексными числами, записанными в тригонометрической и показательной форме

Порядок проведения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.

Задания для самостоятельного выполнения

Даны комплексные числа Z_1 , Z_2 и Z_3 .

- 1) Найдите модуль и аргумент каждого числа;
- 2) Запишите числа в тригонометрической и показательной форме ;
- 3) Выполните действия: а) $Z_1 * Z_2$; б) $\frac{Z_1}{Z_2}$; в) Z_3^2 г) $\sqrt{Z_1}$

№ варианта	Z_1	Z_1	Z_1
1	$-2+2\sqrt{3}i$	$2-2i$	$6+2\sqrt{3}i$
2	$1+i$	$3+3\sqrt{3}i$	$-3+3i$
3	$\sqrt{3}+i$	$1-i$	$-2+2\sqrt{3}i$
4	$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$	$1-i$	$5+5i$
5	$-\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{6}i$	$-1+i$	$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$
6	$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$	5	$5+5i$
7	$6+2\sqrt{3}i$	$2-2i$	$-3i$
8	$-\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{6}i$	$2\sqrt{2}-2\sqrt{6}i$	$-\sqrt{3}-i$
9	3	$2+2i$	$-\sqrt{3}-i$
10	$-i$	$-2i$	$-1-i$
11	$-\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{6}i$	$2\sqrt{2}-2\sqrt{6}i$	$1+i$
12	$2\sqrt{3}-2i$	$\sqrt{2}+\sqrt{2}i$	$2+\sqrt{3}i$
13	$-2+i$	$2-i$	$2-i$
14	$2+2i$	$\sqrt{2}-\sqrt{2}i$	$\sqrt{3}-i$

Практическое занятие №13.

Тема: Вычисление производных сложных и неявных функций

Цель работы: закрепить навык вычисления производных элементарных и сложных функций.

Порядок проведения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.

Задания для самостоятельного выполнения

Вариант 1.	Вариант 2.
№ 1. Вычислить производные сложных функций:	
А) $f(x) = (3x^2 + 2x)^9$ Б) $f(x) = \frac{1}{(1-x^3)^5}$ В) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 6}$	А) $f(x) = (x^3 - 1)^6$ Б) $f(x) = \frac{2}{(x^2 + 2x - 5)^3}$ В) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 4}$
№ 2. Найти производные функций при данном значении аргумента:	
А) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 1}, f'(1)$. Б) $f(x) = \ln \sin^2 4x, f'(\pi/16)$ В) $f(x) = e^{\sin 2x} - 3e^{\cos 2x}, f'(0)$	А) $f(x) = \sqrt{(2x-1)^3}, f'(1)$. Б) $f(x) = \ln \cos^2 2x, f'(\pi/8)$ В) $f(x) = a^{\cos 2x} - 2e^{\sin 2x}, f'(\pi/4)$

№ 3. Найти производные функций, заданных неявно:	
$x \sin y + y \sin x = 2.$ $x^3 + xy^2 + y^3 = 0.$ $\frac{xy}{\ln x + 2y} = \frac{1}{\ln 7}$ $\log_3 \frac{x+2y}{3yx} - 2 = 0$	$\sin y = xy$ $xy^2 + x^2y = 5;$ $\operatorname{arctg} \frac{x}{y} = \frac{\pi}{6}$ $\ln(y^2x + x^2y) = \ln 2$

Практическое занятие № 14

Тема: Вычисление логарифмической производной

Цель работы: закрепить навык вычисления производных методом логарифмирования.

Порядок проведения работы

- Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
- Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.

Задания для самостоятельного решения

Вариант	Задания	Вариант	Задания
1	$1. y = (x-2)^{\sin x};$ $2. y = \frac{x^2 \sqrt{x+1}}{(x-1)^3 \sqrt[4]{5x-1}};$ $3. x^3 + y^3 = 3xy;$ $3. y = \frac{\sqrt{x^2+2x-3}}{(x+3)^7(x-4)^2}$	8	$1. y = (\cos x)^{\sin x};$ $2. y = \frac{2^x(x+1)^3}{(x-1)^2 \sqrt{2x+1}};$ $3. \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2);$ $3. y = x^x$
2	$1. y = x^x;$ $2. y = \frac{(x-2)^9}{\sqrt{(x-1)^5(x-3)^{11}}};$ $3. \operatorname{tg} y = xy;$ $3. y = (\ln x)^{3x}$	9	$1. y = x^{\operatorname{arcsin} x};$ $2. y = \frac{x^2 + e^{x^2}}{x^2 + 1};$ $3. \sqrt{x^2 + y^2} = \operatorname{carctg} \frac{y}{x};$ $3. y = x^{\sin x}$
3	$1. y = x^{-x} \cdot 2^x \cdot x^2;$ $2. y = \sqrt{\frac{x(x+1)}{x-1}};$ $3. xy = \operatorname{arctg} \frac{x}{y};$ $3. y = x^{2x^2}$	10	$1. y = (\operatorname{arctg} x)^x;$ $2. y = \sqrt[3]{\frac{x-5}{\sqrt{x^2+4}}};$ $3. x^y = y^x;$ $3. y = (\cos(x+2))^{\ln x}$
4	$1. y = x^{\ln x};$ $2. y = x^3 \sqrt{\frac{x^2}{x^2+1}};$ $3. \operatorname{arctg}(x+y) = x;$ $3. y = (x^2+1)^{\cos \frac{x}{2}}$	11	$1. y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{ctg} \frac{x}{2}};$ $2. y = \frac{xe^x \cdot \operatorname{arctg} x}{\ln^5 x};$ $3. 2^x + 2^y = 2^{x+y};$ $3. y = x^{5x};$
5	$1. y = (x+1)(2x+1)(3x+1);$ $2. y = \sqrt[3]{x};$ $3. e^y = x+y;$ $3. y = x^{2x} \cdot 5^x$	12	$1. y = x^{x^2};$ $2. y = \frac{(1-x^2)e^{3x-1} \cos x}{(\arccos x)^3};$ $3. 2y \ln y = x;$ $3. y = (\sin 2x)^{x^2+1}$
6	$1. y = \frac{(x+2)^2}{(x+1)^3(x+3)^4};$ $2. y = x^{\sqrt{x}};$ $3. \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a};$	13	$1. y = x\sqrt{1+x^2} \cdot \sin x;$ $2. y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x;$ $3. y = 1 + xe^y;$

	3. $y = (\sin x)^{x+1}$		3. $y = (\arcsin x)^{\lg x}$
7	1. $y = x^{\sin x}$; 2. $y = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x-1}\sqrt{(x+3)^5}\sqrt[3]{(x-1)}}$ 3. $y = x^{e^x}$	14	1. $y = (\cos x)^{\sin x}$; 2. $y = \frac{\sqrt{x+2}(3-x)^4}{(x+1)^5}$; 3. $\operatorname{tg} \frac{y}{2} = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2}$; 3. $y = (\ln x)^{\sqrt{x}}$

Практическое занятие № 15

Тема: Вычисление пределов функций с помощью правил Лопитала

Цель работы:

- научиться применять правило Лопитала при вычислении пределов функций;
- закрепить умение вычисления производных функций.

Порядок выполнения работы:

1. Повторить конспект по теме «Правила Лопитала раскрытия неопределенностей»;
2. Выполнить задания по вариантам и оформить отчет о работе (написать условие задания, решение и ответ).

Задания для самостоятельного решения

1 Вариант	2 Вариант
Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопитала:	
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x \cdot \ln x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{3x}$; $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$; $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2 - 3x + 2}$; $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x}-1}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 1}{2x^2 - 4x}$; $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{x + 5}$; $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + x^2}{x^2 + 5x + 6}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} (x \cdot e^{-x})$;	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \cos x}{x - \pi}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^3}$; $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$; $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x - 4}$; $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - x}{x - 2}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 5x}{1 - x^3}$; $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$; $\lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^3 - 9}$; $\lim_{x \rightarrow 0} (3x^2 \cdot e^{-x})$;

Практическое занятие № 16

Тема: Исследование функции. Нахождение асимптот

Цель работы:

- научиться применять схему исследования функций;
- закрепить умение нахождения асимптот к графику функции.

Порядок выполнения работы:

1. Повторить конспект по теме «Исследование функции»;
2. Выполнить задания по вариантам и оформить отчет о работе (написать условие задания, решение и ответ).

Задание для самостоятельного выполнения

Вариант	Исследовать график функции на наличие асимптот	Найти асимптоты графика функции
1	$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$	$f(x) = \frac{4x}{2x + 3}$

2	$f(x) = \frac{\ln x}{x}$	$f(x) = \frac{4}{3+2x-x^2}$
3	$f(x) = \ln(x^2 - 4)$	$f(x) = \frac{1}{1-3x}$
4	$f(x) = xe^{-x}$	$f(x) = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$
5	a) $f(x) = \frac{2x+5}{x-3}$ б) $f(x) = \frac{x^2+}{2x-}$	$f(x) = \frac{9+6x-3x^2}{x^2-2x+13}$
6	a) $f(x) = \frac{2x+5}{x-3}$ б) $f(x) = \frac{x^2+}{2x-}$	$f(x) = \frac{x^2}{1-x}$
7	$f(x) = \sqrt[3]{x^3-2}$	$f(x) = \frac{3x^4+1}{x^3}$

Практическое занятие № 17.

Тема: Исследование функции и построение ее графика

Цель работы:

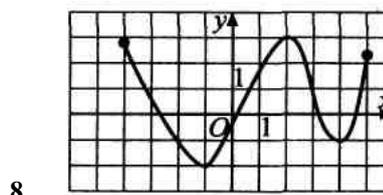
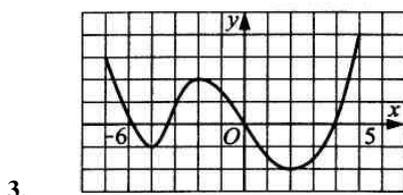
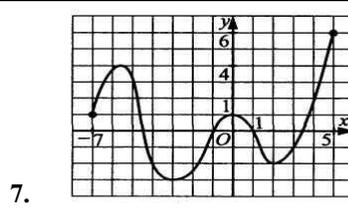
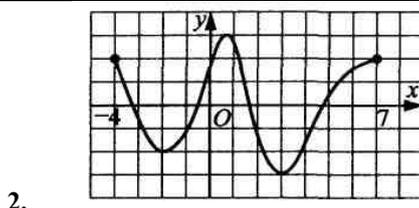
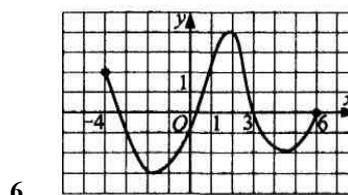
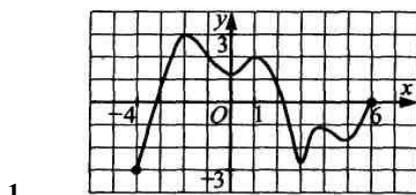
1. корректировать, закрепить и систематизировать знания, умения и навыки по теме «Исследование функции с помощью производной»;
2. определить уровень усвоения знаний студентов.

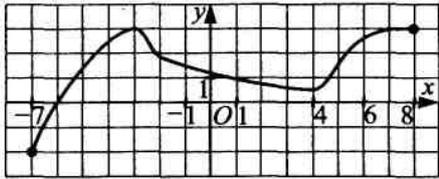
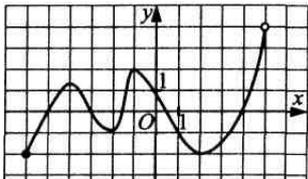
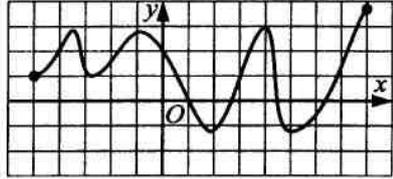
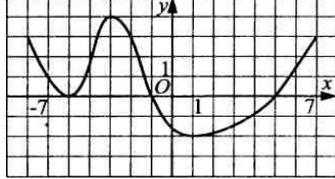
Порядок выполнения работы:

3. Повторить конспект по теме «Общая схема исследования функции»
4. Выполнить задания по вариантам (номер варианта определяется по порядковому номеру студента в журнале), и оформить отчет о работе (написать условие задания, решение и ответ).

№ 1. По графику функции, изображенному на рисунке, указать:

1. промежутки, на которых производная положительна;
2. промежутки, на которых производная функции отрицательна;
3. точки экстремума



4.		9.	
5.		10.	
№ 2. Исследовать функцию по общей схеме и построить ее график:			
1.	$f(\delta) = 2x^3 - 3x^2 + 1$	6.	$f(\delta) = \frac{1}{3}x^3 - x^2$
2.	$f(\delta) = x^3 - 3x^2 + 1$	7.	$f(\delta) = 2x^3 - 9x^2 + 12\delta - 8$
3.	$f(\delta) = x^3 - 12x + 1$	8.	$f(\delta) = x^3 + 3x^2 + 4$
4.	$f(\delta) = 4x^3 - 3x^2 - 6\delta + 2$	9.	$f(\delta) = -2x^3 + 15x^2 - 36\delta + 20$
5.	$f(\delta) = \frac{1}{3}x^3 - 4x$	10.	$f(\delta) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8\delta - 3$

Практическая работа № 18.

Тема: Нахождение области определения и вычисление пределов функции нескольких переменных

Цели работы:

- научиться находить область определения функции двух переменных и изображать ее;
- научиться записывать в виде неравенств множество точек области определения функции;
- закрепить навык вычисления частного значения функции двух переменных;
- закрепить умение вычислять пределы функции двух переменных.

Порядок выполнения работы

1. Повторить учебный материал по конспекту в тетради
2. Выполнить работу по вариантам и записать ответы к решениям.

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1	Вариант 2
№ 1. Найти область определения функции	
а) $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ б) $z = \sqrt{5x} - \frac{3}{\sqrt{y}}$	а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ б) $z = \sqrt{3x} - \frac{5}{\sqrt{y}}$
№ 2. Записать с помощью систем неравенств множество точек области D, представляющей собой	
а) круг с центром в точке (-3; 2) и радиусом 6. б) параллелограмм со сторонами	а) круг с центром в точке (-1; 5) и радиусом 3. б) параллелограмм со сторонами $y = x$, $y = x + 6$, $y = -0,5x + 3$ и

$y = x - 3, y = x + 1, y = -3x + 13$ и $y = -3x + 29.$	$y = -0,5x + 9.$
№ 3. Найти частное значение функции	
$f(x, y) = \frac{3xy}{2x^2 + y^2}$ в точке (2; -1).	$f(x, y) = \frac{2x + y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ в точке (3; -4).
№ 4. Вычислить предел функции двух переменных:	
$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 2}} (2x^2 + y^3)$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$

Практическая работа № 19.

Тема: Нахождение частных производных и полного дифференциала функции двух переменных

Цель работы: научиться находить частные производные и дифференциалы функции нескольких переменных.

Порядок выполнения работы

3. Повторить учебный материал по конспекту в тетради
4. Выполнить работу по вариантам и записать ответы к решениям.

Вариант 1.	Вариант 2.
№ 1. Вычислить значения частных производных функции:	
а) $z = 5x^2 - 3\delta\delta + 2y^3 - 1$ б) $z = \frac{x - 2y}{x + y}$ в точке M (2;-1) в) $z = x^2 \sin y$	а) $z = 2x^4 + 3\delta^2\delta + 4y^3 + 5$ б) $z = \frac{x - y}{x + y}$ в точке M (-2;3) в) $z = \arctg \frac{x}{y}$
№ 2. Вычислить полный дифференциал функции	
$z = 2x^3 + 3x^2y^2 - 3y^3$ в точке M (1; 2)	$z = \frac{y}{x + y}$ в точке M (2; -1).
№ 3. Вычислить частные производные 1-го и 2-го порядков функции	
$z = x^4 + x^3y^2 + y^5 + 5$ в точке M (-1; 2).	$z = xy^3 - 3x^2y^2 + 2y^4$ в точке M (-1; 2).

Практическое занятие № 20.

Тема: Вычисление экстремумов функций нескольких переменных

Цель работы: научиться находить стационарные точки и экстремумы функции нескольких переменных.

Порядок выполнения работы

1. Повторить учебный материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам и записать ответы к решениям.

Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1.	Вариант 2.
№ 1.	

1) Дать определение точки максимума функции двух переменных. 2) Дать определение стационарной точки. 3) Записать необходимые условия экстремума.	1) Дать определение точки минимума функции двух переменных. 2) Дать определение критической точки. 3) Записать достаточное условие экстремума.
№ 2. Найти стационарные точки функции двух переменных	
$z = 2x^3 + xy^2 + 5\delta^2 + y^2$	$z = \delta^{2\delta}(x + y^2 + 2y)$
№ 3. Исследовать на экстремум функцию:	
а) $z = x^2 + (\delta - 1)^2$ б) $z = x^2 - xy + y^2 - 2\delta + \delta$	а) $z = x^2 - (\delta - 1)^2$ б) $z = x^3 + y^3 - 3\delta\delta$

Практическое занятие № 21.

Тема: Нахождение наибольшего и наименьшего значения функций двух переменных

Цель работы: научиться находить наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных в заданной области.

Порядок выполнения работы

1. Повторить учебный материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам и записать ответы к решениям.

ЗАДАНИЕ Найти наибольшее и наименьшее значения функции:

Вариант 1. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x$ в треугольнике со сторонами $y = x + 1$, $y = 0$, $x = 3$.

Вариант 2. $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1$ в треугольнике со сторонами $x + y + 1 = 0$, $y = 0$, $x = -3$.

Вариант 3. $z = x^2 + xy - 2$ в замкнутой области, ограниченной $y = 4x^2 - 4$ и осью OX .

Вариант 4. $z = y^2 - 2xy - x^2 + 4x - 3$ в треугольнике со сторонами $y = x + 1$, $x = 0$, $y = 2$.

Вариант 5. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 2x + 2y$ в треугольнике со сторонами $y = x + 2$, $y = 0$, $x = 2$.

Вариант 6. $z = x^2 + 2xy - 10$ в замкнутой области, ограниченной $y = x^2 - 4$ и осью OX .

Вариант 7. $z = x^2 - 2xy + \frac{5}{2}y^2 - 2x$ в квадрате $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 2$.

Вариант 8. $z = 2x + y - xy$ в квадрате $0 \leq x \leq 4$, $0 \leq y \leq 4$.

Вариант 9. $z = \frac{1}{2}x^2 - xy$ в замкнутой области, ограниченной линиями $y = \frac{x^2}{3}$ и $y = 3$.

Вариант 10. $z = 1 + x + 2y$ в области, ограниченной прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 1$.

Вариант 11. $z = 1 + x + 2y$ в области, ограниченной прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x - y = 1$.

Вариант 12. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 2$.

Вариант 13. $z = x^2 + 2xy + 4x - y^2$ в треугольнике со сторонами $x + y + 2 = 0$, $x = 0$, $y = 0$.

Вариант 14. $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$ в треугольнике со сторонами $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 3$.

Вариант 15. $z = 2x^2 + 2xy - \frac{1}{2}y^2 - 4x$ в треугольнике со сторонами $y = 2x$, $y = 2$, $x = 0$.

Вариант 16. $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$ в квадрате, ограниченном прямыми $x = -1$, $x = 1$, $y = -1$, $y = 1$.

Практическая работа № 22.

Тема: Нахождение неопределенных интегралов

Цель работы: закрепить навык вычисления неопределенных интегралов методом замены переменной и по формуле интегрирования по частям.

Порядок проведения работы

1. Повторить теоретический и практический материал по конспекту в тетради
2. Выполнить задания по вариантам и оформить отчет о работе (написать условие задания, решение и ответ).

Задания для самостоятельного решения

<i>Вариант 1.</i>	<i>Вариант 2.</i>
№ 1. Вычислите неопределенные интегралы методом замены переменной	
А) $\int e^{\sin x} \cdot \cos x \, dx$ Б) $\int (1 + 4x)^{0,6} \, dx$ В) $\int \operatorname{tg} 3x \cdot dx$	А) $\int x \cdot e^{-x^2} \, dx$ Б) $\int (3x - 1)^5 \, dx$ В) $\int \cos^5 x \cdot \sin x \, dx$
№ 2. Вычислите неопределенные интегралы с помощью формулы интегрирования по частям	
А) $\int e^x \cdot \sin x \, dx$ Б) $\int \frac{\ln x}{x^3} \, dx$ В) $\int (2 + 3x) \cdot e^{\frac{x}{3}} \cdot dx$	А) $\int e^x \cdot \cos x \, dx$ Б) $\int x \ln x \cdot dx$ В) $\int x^2 \cdot \sin x \cdot dx$
<i>Вариант 3.</i>	<i>Вариант 4.</i>
№ 1. Вычислите неопределенные интегралы методом замены переменной	
А) $\int e^{\cos x} \cdot \sin x \, dx$ Б) $\int \sqrt{2\delta - 1} \, dx$ В) $\int (2\delta + 7)^7 \, dx$	А) $\int (\delta^{3\delta} + 5) \, dx$ Б) $\int \frac{dx}{(4 - 3\delta)^2}$ В) $\int 2 \cos^3 x \cdot \sin x \, dx$
№ 2. Вычислите неопределенные интегралы с помощью формулы интегрирования по частям	
А) $\int \delta \cdot e^{-2x} \, dx$ Б) $\int \frac{\ln x}{x^5} \, dx$ В) $\int \delta \cdot \cos x \cdot dx$	А) $\int e^x \cdot (2\delta + 3) \, dx$ Б) $\int x^2 \ln x \cdot dx$ В) $\int (1 - x) \sin x \cdot dx$

Практическое занятие № 23.

Тема: Вычисление определенных интегралов

Цель работы: закрепить навык вычисления определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница, методом замены переменной и методом интегрирования по частям.

Задания для самостоятельного решения

<i>Вариант 1.</i>	<i>Вариант 2.</i>
№ 1. Вычислить определенные интегралы непосредственно:	
1) $\int_1^2 (4x^3 - 6x^2 + 2x + 1) \, dx$	1) $\int_2^3 (3x^2 - 4x - 1) \, dx$

2) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \sin x \right) dx$	2) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 2 \cos x \right) dx$
№ 2. Вычислить определенные интегралы методом замены переменной:	
1) $\int_{-1}^2 (\delta^2 - 1)^3 \delta dx$	1) $\int_0^1 (x^2 + 1)^3 x dx$
2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2 \sin x + 1} \cos x dx$	2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cos x dx$
№ 3. Выполнить интегрирование по частям в определенном интеграле:	
$\int_0^1 \arcsin x dx$	$\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$
Вариант 3.	Вариант 4.
№ 1. Вычислить определенные интегралы непосредственно:	
1) $\int_{-1}^0 (\delta^3 + 2\delta) dx$	1) $\int_1^8 \sqrt[3]{\delta^2} dx$
2) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 5(\cos x - \sin \delta) dx$	2) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 \delta} - \sin \delta \right) dx$
№ 2. Вычислить определенные интегралы методом замены переменной:	
1) $\int_0^3 \sqrt[3]{3\delta - 1} dx$	1) $\int_0^1 \frac{dx}{(3\delta + 1)^4}$
2) $\int_0^{\frac{1}{2}} e^{-2x} dx$	2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx$
№ 3. Выполнить интегрирование по частям в определенном интеграле:	
$\int_0^1 \delta \bar{a}^{-x} dx$	$\int_0^{\pi/2} x \sin x dx$

Практическая работа № 24.

Тема: Вычисление двойного интеграла. Применение двойного интеграла при решении прикладных задач.

Цель работы: научиться

- вычислять повторные интегралы;
- вычислять двойной интеграл по заданной области D;
- изменять порядок интегрирования в двойном интеграле;
- вычислять площадь области с помощью двойного интеграла;
- закрепить навыки построения графиков функций.

Порядок выполнения работы

1. Повторить теоретический и практический материал по конспекту
2. Выполнить работу по вариантам и записать ответы к решениям.

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1.	Вариант 2.
№ 1. Вычислить повторный интеграл:	
$\int_1^2 dx \int_2^{x^2+3} \frac{1}{x^2} dy$	$\int_0^2 dx \int_0^3 (x^2 + 2xy) dy$
№ 2. Вычислить двойной интеграл:	
$\iint_D (x + y) dx dy$ по области D , ограниченной прямыми $x = 2, \quad x = 5, \quad y = 1, \quad y = 3.$	$\iint_D \frac{y}{x} dx dy,$ где D – область, ограниченная линиями $y = x, \quad y = 4x, \quad y = \frac{4}{x}$
№ 3. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле:	
$\int_0^2 dx \int_x^{-x^2+2} f(x, y) dy$	$\int_1^3 dx \int_0^{4-x^2} f(x, y) dy$
№ 4. Вычислить площадь области, ограниченной линиями	
$y = x^2, \quad y = x + 6.$	$y = \frac{8}{x}, \quad y = -x + 9.$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №25

Тема: «Решение дифференциальных уравнений первого порядка»

Цель работы: научиться

- Решать простейшие дифференциальные уравнения первого порядка методом непосредственного интегрирования;
- Решать дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися Переменными.

Порядок выполнения работы

1. Повторить теоретический и практический материал по конспекту
2. Выполнить работу по вариантам и записать ответы к решениям.

Задания для самостоятельного решения

1 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а) $y' = 2y$ б) $y' = \frac{3x}{y}$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения $xy' = 2y$ при начальных условиях $y(2)=3$.

2 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а) $y' = -\frac{1}{3}y$ б) $y' = xy$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения $(1-x)y' - y = 0$, если $y(0)=1$.

3 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а) $y' = -3y$ б) $y' = \frac{2x}{y}$

2. Найти частное решение дифференциального уравнения $xy' = 2y$ при условии $y(1)=3$

4 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а) $y' = y^2$ б) $y' \sqrt{y} = \sin x$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения $y' = \frac{y}{x}$, если $y(1)=1$.

5 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а) $y' = \operatorname{tg} y$ б) $y' = e^{2x-4y}$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$, если $y(0)=1$

6 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а) $yy' = x + 1$ б) $y' = 2\sqrt{x}$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения $1 - \sqrt{1-x^2} \cdot y' = 0$ если $y\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$

7 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а) $y' = 2xy$ б) $y' = \frac{3}{y}$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения $x^2 y' = y$ при начальных условиях $y(1)=0$.

8 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а) $y' = -\frac{1}{2}y$ б) $y' = xy^2$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения $(1-x)y' - y = 0$, если $y(0)=1$.

9 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а) $y' = -y$ б) $y' = \frac{x}{y}$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения $xy' = y$ при условии $y(1)=2$

10 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а) $y' = x^2$ б) $xy' + y = 0$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения $y' = \frac{y}{x^2}$, если $y(1)=1$.

11 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а) $y' = \sin y$ б) $y' = e^{2x}$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$, если $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

12 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а) $yy' = x - 1$ б) $y' = 2 \cos x$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения $1 - \sqrt{1-x^2} \cdot y' = 0$ если $y\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$

13 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а) $y' = 2\sqrt{y}$ б) $xy' + y = 0$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения $xy' = 2y$ при начальных условиях $y(2)=3$.

14 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а) $y' = -y$ б) $y' = \sin 3x + 2$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения $(1-x)y' - y = 0$, если $y(0)=1$.

15 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а) $yy' + x = 0$ б) $xy' = \frac{2}{y}$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения $xy' = y$ при условии $y(1)=1$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №26

Тема: «Решение линейных однородных дифференциальных уравнений первого порядка»

Цель работы: научиться

- Решать линейные однородные уравнения первого порядка;

Порядок выполнения работы

3. Повторить теоретический и практический материал по конспекту
4. Выполнить работу по вариантам и записать ответы к решениям.

Задания для самостоятельного решения

Задание 1: Найти частное решение однородного дифференциального уравнения первого порядка

	Вариант 1		Вариант 2
1	$xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$, если $y = 0$ при $x = 2$	1	$(2\sqrt{xy} - y)dx + xdy = 0$, если $y = 1$ при $x = 1$
2	$y'(x^2 + xy) = y^2$, если $y = 2$ при $x = 2$	2	$2xyy' + x^2 - 2y^2 = 0$, если $y = 1$ при $x = 1$
3	$x^3 dy - y(x^2 + y^2)dx = 0$, если $y = 1$ при $x = 1$	3	$x^2 y' = y^2 - xy + x^2$, если $y = 1$ при $x = 1$

	Вариант 3		Вариант 4
1	$xyy' = x^2 + y^2$, если $y = 0$ при $x = 1$	1	$x^2 y' = xy + y^2$, если $y = 1$ при $x = 1$
2	$(x - y)ydx - x^2 dy = 0$, если $y = 1$ при $x = 1$	2	$(x^2 - 2xy)dy - (xy - y^2)dx = 0$, если $y = 1$ при $x = 1$
3	$xy^2 y' = x^3 + y^3$, если $y = 3$ при $x = 1$	3	$y' = \frac{2x + y}{2x}$, если $y = 0$ при $x = 1$

Задание 2: Решить линейное однородное дифференциальное уравнение

1 вариант. $y' + 3y - 2 = 0$

2 вариант. $y' - 2y + 3 = 0$

3 вариант. $y' + y + 1 = 0$

4 вариант $y' - 2y + 1 = 0$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №27

Тема: «Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами»

Цель работы: научиться решать линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Порядок выполнения работы

1. Повторить теоретический и практический материал по конспекту
2. Выполнить работу по вариантам и записать ответы к решениям.

Задания для самостоятельного решения

А), Б) Найти общее решение уравнения

В) Найти частное решение уравнения

№	А)	Б)	В)
1.	$y'' + 3y' - 4y = 0$	$y'' - 3y' = 0$	$y'' - 9y = 0$, если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 6$
2.	$y'' - 9y' + 14y = 0$	$y'' + 6y' + 8y = 0$	$y'' - y' - 2y = 0$, если $y(0) = 3$ при $y'(0) = 0$
3.	$y'' - y = 0$	$y'' - y' + \frac{1}{4}y = 0$	$y'' - 10y' + 25y = 0$, если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 8$
4.	$y'' + 2y' = 0$	$y'' + 8y' + 16y = 0$	$y'' + 3y' + 2y = 0$, если $y(0) = -1$ при $y'(0) = 3$
5.	$y'' - 14y' + 49y = 0$	$y'' - 16y = 0$	$y'' + 6y' + 9y = 0$, если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 1$
6.	$3y'' - 2y' - 8y = 0$	$y'' - 2y' = 0$	$y'' - 3y' + 2y = 0$, если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 3$
7.	$y'' + 5y' + 6y = 0$	$y'' - 6y' + 9y = 0$	$y'' - y' - 6y = 0$, если $y(0) = 1$ при $y'(0) = 0$
8.	$y'' + 3y' - 4y = 0$	$y'' - 3y' = 0$	$y'' - 9y = 0$, если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 6$
9.	$y'' - 9y' + 14y = 0$	$y'' + 6y' + 8y = 0$	$y'' - y' - 2y = 0$, если $y(0) = 3$ при $y'(0) = 0$
10.	$y'' - y = 0$	$y'' - y' + \frac{1}{4}y = 0$	$y'' - 10y' + 25y = 0$, если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 8$
11.	$y'' + 2y' = 0$	$y'' + 8y' + 16y = 0$	$y'' + 3y' + 2y = 0$, если $y(0) = -1$ при $y'(0) = 3$
12.	$y'' - 14y' + 49y = 0$	$y'' - 16y = 0$	$y'' + 6y' + 9y = 0$, если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 1$
13.	$3y'' - 2y' - 8y = 0$	$y'' - 2y' = 0$	$y'' - 3y' + 2y = 0$, если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 3$
14.	$y'' + 5y' + 6y = 0$	$y'' - 6y' + 9y = 0$	$y'' - y' - 6y = 0$, если $y(0) = 1$ при $y'(0) = 0$
15.	$y'' + 3y' - 4y = 0$	$y'' - 3y' = 0$	$y'' - 9y = 0$, если $y(0) = 2$ при

			$y'(0) = 6$
--	--	--	-------------

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №28

Тема: «Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка»

Цель работы: научиться

- Решать неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.

Порядок выполнения работы

3. Повторить теоретический и практический материал по конспекту
4. Выполнить работу по вариантам и записать ответы к решениям.

Задание: А), Б) Найти общее решение уравнения

В) Найти частное решение уравнения

№	А)	Б)	В)
1.	$y'' - 4y' = 8 - 16x$	$y'' - 7y' + 12y = 3e^{4x}$	$y'' - 6y' + 9y = e^{3x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$
2.	$y'' - 4y = 8x^3$	$y'' - 5y' + 4y = e^{4x}$	$y'' - 2y' = x^2 + 1$, $y(0) = 2$, $y'(0) = \frac{1}{4}$
3.	$y'' + 4y = xe^{2x}$	$y'' - 3y' + 2y = 2\sin x$	$y'' - 3y' = x^2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -\frac{2}{7}$
4.	$y'' + y = 2\cos x$	$y'' + y' - 6y = 36x$	$y'' + y' - 2y = 3 + e^{3x}$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$.
5.	$y'' + 9y = 2x^2 - 5$	$y'' - 2y' + 5y = e^x \sin 2x$	$y'' + 3y' + 2y = e^{4x} - 1$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №29-30

Тема: «Решение прикладных задач с помощью дифференциальных уравнений»

Цель работы: научиться

- Решать прикладные задачи с помощью дифференциальных уравнений.

Порядок выполнения работы

1. Повторить теоретический и практический материал по конспекту
2. Выполнить работу по вариантам и записать ответы к решениям.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1.

Напишите дифференциальное уравнение гармонического колебания:

- а) $x = 2 \cos(2t - 1)$; б) $x = 6,4 \cos\left(0,1t + \frac{\pi}{7}\right)$;
 в) $x = 4 \sin\left(3t - \frac{\pi}{4}\right)$; г) $x = 0,71 \sin(0,3t - 0,7)$.

Задача 2.

Докажите, что сумма двух гармонических колебаний $x_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$ и $x_2(t) = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$ будет периодической функцией тогда и только тогда, когда отношение частот есть рациональное число r , т. е. $\frac{\omega_1}{\omega_2} = r$.

Задача 3

- От m миллиграммов радия C через t минут радиоактивного распада осталось n миллиграммов. Найдите период полураспада радия C .
- А) К началу радиоактивного распада имели 1 г радия A . Через сколько минут его останется 0,125 г, если его период полураспада равен 3 мин?
- Б) Период полураспада радиоактивного вещества равен 1 ч. Через сколько часов его количество уменьшится в 10 раз?
- В) Вычислите, какая доля радия останется через 1000 лет, если период его полураспада равен 1550 лет.
- Г)

Задача 4.

- Одно тело имеет температуру 200° , а другое 100° . Через 10 мин остывания этих тел на воздухе с температурой 0° первое тело остыло до температуры 100° , а второе — до 80° .
- а) Через сколько минут температуры тел сравняются? (Температура тела $T(t)$ удовлетворяет уравнению $T'(t) = -k(T - T_1)$, где T_1 — температура окружающей среды.)
- б) Два тела имеют одинаковую температуру 100° . Они вынесены на воздух (его температура 0°). Через 10 мин температура одного тела стала 80° , а второго 64° . Через сколько минут после начала остывания разность их температур будет равна 25° ?

Задача 5.

- Моторная лодка движется по озеру со скоростью 30 км/ч. Какова скорость лодки через 3 мин после выключения мотора? (Воспользуйтесь тем, что скорость лодки $v(t)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $v'(t) = -kv(t)$, где $k = \frac{5}{3}$, v — скорость в метрах в минуту.)

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1.1. Матрицы.

Самостоятельная работа №1 Действия над матрицами

Цель: отработать навыки по выполнению операций над матрицами.

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Форма контроля: проверка работы

Виды заданий:

1. Вычислить сумму, разность матриц
2. Вычислить произведение матриц
3. Вычислить значение матричного многочлена

Варианты заданий:

1. Найти обратную матрицу для матрицы А:

$$1) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad 2) A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad 3) A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix},$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad 5) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Тема 1.2 Определители

Самостоятельная работа №2 Вычисление определителей высших порядков

Цель: отработать навыки по вычислению определителей второго, третьего и высших порядков.

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Форма контроля: проверка работы

Виды заданий:

1. Вычислить определитель второго порядка
2. Вычислить определитель третьего порядка
3. Вычислить определитель высших порядков

Варианты заданий:

1. Вычислить определители

$$1) \text{ а) } D = \begin{vmatrix} -7,2 & 3 \\ 8,1 & 4 \end{vmatrix}; \text{ б) } D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 8 & -2 & -1 \\ 4 & 0 & 2 \end{vmatrix}; \text{ в) } D = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$2) \text{ а) } D = \begin{vmatrix} -4 & 3,9 \\ 7 & 6,2 \end{vmatrix}; \text{ б) } D = \begin{vmatrix} -4 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix}; \text{ в) } D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & -3 \\ 2 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & 0 \\ 4 & -2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$3) \text{ а) } D = \begin{vmatrix} -7,8 & -4 \\ -6 & 3 \end{vmatrix}; \text{ б) } D = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 4 \end{vmatrix}; \text{ в) } D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 2 \\ -2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$4) \text{ а) } D = \begin{vmatrix} 3,8 & -4,1 \\ -7 & 6 \end{vmatrix}; \text{ б) } D = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -3 \\ -2 & 0 & -2 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}; \text{ в) } D = \begin{vmatrix} -1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -3 \\ 4 & 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$5) \text{ а) } D = \begin{vmatrix} 4,9 & -3 \\ 1,7 & -6 \end{vmatrix}; \text{ б) } D = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \end{vmatrix}; \text{ в) } D = \begin{vmatrix} -1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

Тема 1.2 Системы линейных уравнений

Самостоятельная работа №3 Методы решения систем линейных уравнений Решение СЛУ по правилу Крамера

Цель: отработать навыки по решению систем методом Крамера.

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Форма контроля: проверка работы

Виды заданий:

1. Решить систему методом Крамера, Гаусса и обратной матрицы

Варианты заданий:

Вариант	Задание
1	а) $\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - 3y + 2z = 2 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - 3y - 3z = -10 \\ x + 3y - 3z = 13 \\ x + y - z = 7 \end{cases}$
2	а) $\begin{cases} -x + 3y + 2z = 4 \\ 2x - y + 3z = 6 \\ -2x + 2y - z = 8 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x - y + z = -4 \\ x + 2y - 3z = 9 \\ 2x - 2y + 2z = 7 \end{cases}$
3	а) $\begin{cases} 3x - y + 2z = -5 \\ 2x + 2y - 3z = 1 \\ x - 2y + z = 6 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - y + z = -4 \\ x + 2y - z = 11 \\ 2x - 3y + 2z = -2 \end{cases}$
4	а) $\begin{cases} x - 3y + z = -7 \\ 2x + y - 2z = 4 \\ -2x + 2y - 3z = 2 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - 3y + z = 9 \\ x - 2y + 2z = -4 \\ 2x + y - 2z = -1 \end{cases}$
5	а) $\begin{cases} x + 3y - z = 8 \\ 2x - y + 4z = -1 \\ -2x + 2y + z = 4 \end{cases}$ б)

	$\begin{cases} -x + 4y - z = 5 \\ 2x - 2y + 3z = -3 \\ -2x + y + 2z = 2 \end{cases}$
6	$\text{a) } \begin{cases} 2x - 2y + 3z = 4 \\ -x + 2y + z = -6 \\ 3x + y - 2z = 12 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x - y + z = -3 \\ x + 2y - 4z = 7 \\ 2x + y + 2z = -1 \end{cases}$
7	$\text{a) } \begin{cases} 3x - y + 2z = 4 \\ x - 2y + z = -3 \\ x + 3y - z = 6 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ x - 2y + z = 8 \\ 3x + 2y - z = -1 \end{cases}$
8	$\text{a) } \begin{cases} 4x - y + z = 6 \\ x + 2y - 2z = -3 \\ 2x + y - 3z = 2 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x - y + 3z = 4 \\ -2x + 2y - z = -7 \\ 3x + y - 2z = 2 \end{cases}$
9	$\text{a) } \begin{cases} 2x - y + 3z = -1 \\ 3x + y - 2z = 7 \\ -x + 2y + z = 4 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x + 2y - z = 9 \\ -2x - 3y + z = -5 \\ 3x + y - 2z = 3 \end{cases}$
10	$\text{a) } \begin{cases} 2x - y + 3z = -6 \\ x + 2y - z = 8 \\ 3x - 2y + 2z = 2 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x + 2y - z = 4 \\ 3x - y + 2z = 7 \\ -x + 3y - 2z = 5 \end{cases}$

Раздел 2. Прямая линия

Тема 2.1. Уравнения прямых

Самостоятельная работа №4 «Нормированное уравнение прямой.»

Цель: отработать навыки составления уравнений прямых, их построения.

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Форма контроля: проверка работы

Виды заданий:

1. Составить уравнений прямой.
2. Найти взаимное расположение прямых.
3. Построить прямые в системе координат.

Тема 2.2 Угол между прямыми

Самостоятельная работа №5 «Решение задач прикладного характера»

Цель: отработать навыки определения взаимного расположения двух прямых, отыскания угла между прямыми, вычисления расстояния от точки до прямой.

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Форма контроля: проверка работы

Виды заданий:

4. Определить взаимное расположение прямых
5. Найти угол между прямыми.
6. Найти расстояние между прямыми.

Варианты заданий

Треугольник ABC задан координатами вершин. Найти: 1) уравнения сторон треугольника; 2) величину угла наклона прямой AB к оси абсцисс, а также величины внутренних углов треугольника; 3) уравнения высот треугольника и координаты точки P их пересечения; 4) длину медианы AM треугольника; 5) уравнение прямой, проходящей через точку P параллельно прямой AC . Сделать чертеж.

№ варианта	Координаты точек	№ варианта	Координаты точек
1	$A(-2; -3), B(2; 7), C(6; -1)$	6	$A(3; -3), B(-4; 1), C(-2; 5)$
2	$A(-5; 1), B(6; 3), C(-4; -7)$	7	$A(3; 5), B(-2; 2), C(2; -4)$
3	$A(4; 5), B(-3; 2), C(5; -4)$	8	$A(-2; 4), B(5; 6), C(3; -4)$
4	$A(7; -7), B(1; 2), C(-5; -4)$	9	$A(3; 7), B(-4; 1), C(-2; -5)$
5	$A(-3; 4), B(4; 5), C(8; -3)$	10	$A(4; 3), B(-3; -2), C(-7; 2)$

Раздел 3 Кривые второго порядка на плоскости

Самостоятельная работа № 6 Общее уравнение кривых второго порядка с двумя переменными

Цель: отработать навыки составления уравнений кривых, их построения.

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Форма контроля: проверка работы

Виды заданий:

1. Составить уравнений кривой второго порядка.
2. Построить кривой второго порядка в системе координат.

Варианты заданий

Дано уравнение кривой 2-го порядка.

№ вар.	Уравнение кривой	№ вар.	Уравнение кривой
1	$7x^2 - 9y^2 + 42x + 18y - 9 = 0$	6	$9x^2 + 4y^2 - 54x + 8y + 49 = 0$
2	$x^2 + 2x - 12y + 37 = 0$	7	$x^2 - 10x + 4y + 17 = 0$
3	$5x^2 + 9y^2 + 10x - 54y + 41 = 0$	8	$3x^2 - y^2 - 30x - 2y + 62 = 0$
4	$y^2 + 6x + 6y - 3 = 0$	9	$y^2 - 8x - 4y - 4 = 0$
5	$5x^2 - 4y^2 - 20x - 24y - 36 = 0$	10	$7x^2 + 16y^2 - 56x + 64y + 64 = 0$

Привести заданное уравнение к каноническому виду путем параллельного переноса осей координат. Определить тип кривой, найти ее характерные элементы в исходной системе координат. Изобразить на чертеже расположение кривой относительно обеих систем координат.

Раздел 3. Комплексные числа

Тема 3.1 Формы комплексных чисел

Самостоятельная работа №7 Нахождение модуля и аргументов комплексного числа, переход от одной формы записи комплексного числа к другой.

Цель: отработать навыки вычисления модуля и аргументов комплексных чисел, построение комплексных чисел в прямоугольной системе координат, перехода от одной формы комплексного числа к другой.

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Форма контроля: проверка работы

Виды заданий:

1. Решить уравнения.
2. Выполнить действия с комплексными числами.

Варианты заданий

1. Представьте в тригонометрической и показательной формах комплексные числа:

- 1) $Z = -\sqrt{3} + i$,
- 2) $Z = -1$,
- 3) $Z = -\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12}$,
- 4) $Z = 1 + \cos \frac{10\pi}{9} + i \frac{10\pi}{9}$,

2. Записать комплексное число в алгебраической и в тригонометрической формах:

- 1) $Z = \frac{i \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)}{\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}}$,
- 2) $Z = \frac{1}{\cos \frac{4\pi}{3} - i \sin \frac{4\pi}{3}}$,
- 3) $Z = \frac{1}{(1+i)^2}$,
- 4) $Z = \frac{-\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12}}{\cos \frac{13\pi}{12} - i \sin \frac{13\pi}{12}}$,

3. Представить Z в алгебраической форме:

- 1) $Z = e^{2-i}$,
- 2) $Z = e^{-\frac{3}{2}\pi i + 12\pi i}$,
- 3) $Z = e^{3i + 7 + 3\pi i - \frac{\pi}{2}i}$.

7. Представить в показательной форме комплексное число:

- 1) $Z = -\sqrt{12} - 2i$,
- 2) $Z = -\cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7}$.

4. Записать в показательной и алгебраической формах комплексное число:

- 1) $Z = 5e^{\frac{\pi i}{4}} \cdot 0.2e^{\frac{\pi i}{6}} \left(\cos \frac{5\pi}{12} - i \sin \frac{5\pi}{12} \right)$,
- 2) $Z = \left(\frac{1}{2} e^{\frac{\pi i}{12}} \right)^{-3}$,
- 3) $Z = (\sqrt{3} - i)^6$,

Тема 4.2 Действия над комплексными числами

Самостоятельная работа №8 Решение квадратных уравнений с отрицательным

ДИСКРИМИНАНТОМ.

Цель: отработать навыки действий с комплексными числами, решения квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом.

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Форма контроля: проверка работы

Виды заданий:

3. Решить уравнения.

4. Выполнить действия с комплексными числами.

Варианты заданий

1. Вычислить:

1) $(3 - 2i) + (5 + 3i)$;

2) $(1 + 2i) - (3 - i)$;

3) $3(2 - i) \cdot (1 - i)$;

4) $(1 + 3i)(-7 + 2i)$;

5) $(2 - i)^2$;

6) $(1 + 2i)^3$.

2. Найти решение уравнений $(x, y \in \mathbf{R})$:

1) $(1 + i)x + (2 + i)y = 5 + 3i$;

2) $2x + (1 + i)(x + y) = 7 + i$;

3) $(3 - y + x)(1 + i) + (x - y)(2 + i) = 6 - 3i$.

3. Вычислить:

1) i^{13} ;

2) i^{65} ;

3) $\left(\frac{1}{1-i}\right)^2$;

4) $\frac{5}{1+2i}$;

5) $\frac{2i-3}{1+i}$;

6) $\frac{2+3i}{i}$;

7) $\frac{1+2i}{-2+i}(-i) + 1$;

8) $\frac{2+i}{2-i} - (3+4i) + \frac{4-i}{3+2i}$;

9) $(2-i)^2$.

4. Найти z^{-1} , если:

1) $z = 7 - 12i$;

2) $z = 3 + 4i$;

3) $z = -3 + 7i$;

4) $z = i$.

Раздел 5. Дифференциальное исчисление

Тема 5.1. Производная и дифференциал

Самостоятельная работа №10 Решение примеров на вычисление пределов и производных

Цель: отработать умения вычислять пределы и производные функций

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Форма контроля: проверка работы

Виды заданий:

1. Найти предел и производную функции.

Варианты задания:

Вариант 1

1. Найти производные

1) $y = 3x^2 + \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^2} + 3$,

2) $y = \sin x \cdot \operatorname{arctg} x$,

3) $y = \frac{\cos x}{x - \sqrt[3]{x}}$,

Вариант 2

1. Найти производные

1) $y = 4x^5 - \sqrt[4]{x^3} + \frac{1}{x^3} - \sqrt[3]{3}$,

$$2) y = \sqrt{x} \sin x,$$

$$3) y = \frac{\operatorname{tg} x}{\sin x - \cos x},$$

$$4) y = \operatorname{ctg}\left(2x \sin \frac{1}{2}\right),$$

Вариант 3

1. Найти производные

$$1) y = x^{10} - 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{2},$$

$$2) y = e^x \operatorname{tg} x,$$

$$3) y = \frac{x^2 + x}{\sqrt{x-1}},$$

$$4) y = \operatorname{tg} \frac{x+1}{2},$$

Вариант 4

1. Найти производные

$$1) y = 7x^4 - \sqrt[7]{x^2} - \frac{1}{x^4} + \sqrt{7},$$

$$2) y = e^x \operatorname{ctg} x,$$

$$3) y = \frac{\sqrt[3]{x} + 7}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}},$$

$$4) y = \cos x - \frac{1}{3} \sin 2x,$$

Раздел 6. Интегральное исчисление

Тема 6.1. Неопределенный интеграл

Самостоятельная работа №12 Выполнение творческих заданий, связанных с решением задач на применение неопределенного интеграла

Цель: научиться вычислять интегралы, используя таблицу интегралов

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Форма контроля: проверка работы

Виды заданий:

1. Найти интегралы.
2. Выучить таблицу интегралов.

Варианты заданий.

Найти неопределенные интегралы:

$$1. \int x \operatorname{arctg} x dx .$$

$$2. \int \cos \ln x dx;$$

$$3. \int (2x + 1) \cdot \sin 3x dx.$$

$$4. \int x \operatorname{arcctg} x dx .$$

$$5. \int e^{3x} \cdot \cos^2 x dx;$$

$$6. \int \ln x dx.$$

Вычислить неопределенные интегралы:

1.1. $\int \frac{dx}{x^3};$	1.11. $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2+1}};$
1.2. $\int \sin(5x+2) dx;$	1.12. $\int \frac{dx}{x^2+16};$
1.3. $\int \ln x dx;$	1.13. $\int (x^3 + 4x - 2) dx;$
1.4. $\int x \cdot e^x dx;$	1.14. $\int 4 \sin x dx$
1.5. $\int (5x^4 - 3x^2 + 1) dx;$	1.15. $\int \cos(8x - 2) dx;$
1.6. $\int \frac{\ln x dx}{x};$	1.16. $\int e^{5x} dx;$
1.7. $\int \sin^5 x dx;$	1.17. $\int \frac{2 dx}{\cos^2 x};$
1.8. $\int \frac{2x dx}{\sqrt{16+x^2}};$	1.18. $\int 5 \cos 3x dx$
1.9. $\int \frac{x}{x+2} dx;$	1.19. $\int (\cos 4x + \sin 7x) dx;$
1.10. $\int e^{-4x} dx;$	1.20. $\int (2x + 3) \cdot e^x dx.$

Тема 6.2. Определенный интеграл

Самостоятельная работа №13 Решение прикладных задач с помощью определенных интегралов

Цель: научиться вычислять определенные интегралы

Форма контроля: проверка работы

Виды заданий:

1. Найти определенные интегралы
2. Вычислите площади фигур, ограниченных указанными линиями
3. Вычислить длину дуги кривой
4. Вычислить объем тела, полученного при вращении вокруг оси OX фигуры, ограниченной заданными линиями:

Варианты заданий

Вариант 1

Найти интегралы:

$$1. \int_0^1 (2x-1) \cdot e^{3x} dx;$$

$$2. \int_{\pi/2}^{\pi} x \cos 2x dx;$$

$$3. \int_1^3 \sqrt{\ln x} \frac{dx}{x};$$

$$4. \int_0^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-2x^2}} dx;$$

$$5. \int_1^2 \left(2^x + 5 - 2x + \frac{5}{4+x} - \frac{3}{e^x} \right) dx;$$

$$\int_{\pi/3}^{\pi} \left(\sin \frac{x}{8} + 5 \cos 6x - 2x + \frac{5}{\sqrt{4+x^2}} - \frac{3}{6^x} \right) dx.$$

Вариант 2

Найти интегралы:

$$6. \int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx;$$

$$7. \int_1^2 \frac{(3x^2 - 2x + 7) dx}{\sqrt{x^3 - x^2 + 7x - 2}};$$

$$8. \int_0^1 \ln x dx;$$

$$9. \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^3} x dx;$$

$$10. \int_1^2 \left(7^x - 16x - 2x^6 + \frac{5}{x^8} - \frac{3}{x} \right) dx;$$

$$11. \int_{\pi/2}^{\pi} \left(3 \sin 3x + 2 \cos \frac{x}{2} - 5 + \frac{5}{\sqrt{9-x^2}} - \frac{3}{\sin^2 x} \right) dx.$$

4. Контрольно-оценочные средства для промежуточной аттестации по учебной дисциплине

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ
СООБЩЕНИЯ» в г. Алатыре**

Одобрено на заседании ЦК математических и общих естественнонаучных дисциплин Протокол №__ от «__».__.2020г Председатель Р.В.Пасюнина	Экзаменационный билет №1 <u>Элементы высшей математики.</u> <small>дисциплины</small> Группа <u>ПО-19-1</u> Семестр <u>3</u>	Утверждаю Заместитель директора по УР _____ Т.Ю.Базилевич «_____» _____ 2020г.
---	---	---

Коды проверяемых и общих компетенций ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 1.3, ПК 1.4, ПК 1.5, ПК 3.1, ОК 1, ОК 2, ОК 3, ОК 4, ОК 5, ОК 6, ОК 7, ОК 8, ОК 9.

Место проведения экзамена – кабинет №301

Инструкция

1. Внимательно прочитайте задание.

Экзамен состоит из двух частей:

Часть I – выбор ответа из списка предложенных.

Часть II – выполнение практического задания.

2. Вы можете воспользоваться: справочной литературой.

3. Максимальное время выполнения задания – 240 мин.

Часть I

В заданиях части 1 нужно выбрать единственный правильный ответ или установить соответствие.

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$
 А) 1 В) 29 С) -1 D) -29 E) 5

2. Найти произведение двух матриц АВ, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
 А) $\begin{pmatrix} 3 & 11 \\ 2 & 17 \end{pmatrix}$ В) $\begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 3 & 11 \end{pmatrix}$ С) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 17 \end{pmatrix}$ E)

$\begin{pmatrix} 3 & 11 \\ 0 & 17 \end{pmatrix}$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{9x}\right)^x$ равен:
 1) e 2) e^9 3) ∞ 4) $e^{\frac{1}{9}}$

4. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{x^2-36}$ равен:
 1) $\frac{1}{12}$ 2) ∞ 3) 12 4) 0
5. Если $y(x) = 7e^x + 3x + 20$, то $y'(0)$ равна:
 1) 7 2) 10 3) 30 4) 3
6. Вторая производная $y''(x)$ функции $y = 3 + 2x - 3x^2$ имеет вид:
 1) $y'' = 2 - 3x$ 2) $y'' = -3x$ 3) $y'' = -6$ 4) $y'' = -3$
7. Найдите уравнение прямой, проходящей через точки А (4;3), В(-3;-3)
 А) $-6x + 7y + 3 = 0$ В) $6x - 7y - 2 = 0$ С) $-6x - 7y + 3 = 0$ Д) $6x + 7y + 3 = 0$ е) $6x - 7y + 3 = 0$
8. Представить в тригонометрической форме число $1 + i$
 А) $2(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{\pi}{4})$ б) $\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{\pi}{4})$ С) $2(\cos \frac{\pi}{4} - i \cdot \sin \frac{\pi}{4})$ Д) $\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} - i \cdot \sin \frac{\pi}{4})$

Часть 2.

В заданиях части 2 нужно привести решение.

- Найти производную функции $y = \sin^6(4x^3 - 2)$.
- Решить систему уравнений $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$.
- Найти для данной матрицы обратную $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
- Дана окружность $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 11 = 0$. Найти координаты центра и радиус.

Критерии оценок:

Оценка «5»:	- Выполнены полностью часть 1 и любые 2 задания из части 2
Оценка «4»:	- Выполнены полностью часть 1 и любое 1 задание из части 2
Оценка «3»:	- Выполнена только часть 1
Оценка «2»:	- Работа не выполнена

Преподаватель: _____ / И.И.Скворцова/

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
 ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО

УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ
 СООБЩЕНИЯ»** в г. Алатыре

Одобрено на заседании ЦК математических и общих естественнонаучных дисциплин Протокол № ___ от «__» __. 2020г Председатель ___ Р.В.Пасюнина	Экзамен по дисциплине: Элементы высшей математики Специальность 09.02.03 2-й курс ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1	УТВЕРЖДАЮ: Зам. директора по учебной работе _____ Т.Ю.Базилевич «___» _____ 20 г.
--	--	---

Коды проверяемых результатов обучения: ПК1.1, ПК1.2, ПК 2.4, ПК 3.4,
 ОК1, ОК2, ОК3, ОК4, ОК6, ОК7, ОК8, ОК9.

Место проведения экзамена – кабинет № 301

Инструкция

1. Внимательно прочитайте задание.
2. Вы можете воспользоваться: справочной литературой
3. Максимальное время выполнения задания – 240 мин.

5. Найти предел функции двух переменных $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x + y}{x + y^2}$

6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 - 2x + 1 + 2y^2$

7. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{1 + x^2}$

8. Решите линейное однородное уравнение $y' - 2y + 3 = 0$

9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + 4, y = 0$

Критерии оценки

Оценка «5» ставится за **5** верно выполненных заданий

Оценка «4» ставится за любые **4** верно выполненных заданий

Оценка «3» ставится за любые **3** верно выполненных заданий

Оценка «2» ставится за менее чем **3** верно выполненных заданий

Преподаватель: _____ /И.И.Скворцова/

ПРИЛОЖЕНИЕ

КРИТЕРИИ ОЦЕНОК ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Таблица 4

Оценка «5»:	<ul style="list-style-type: none"> - ответ полный и правильный на основании изученных теорий; - материал изложен в определенной логической последовательности, литературным языком; - ответ самостоятельный. - работа выполнена полностью и правильно; - сделаны правильные выводы; - работа выполнена по плану с учетом техники безопасности
Оценка «4»	<ul style="list-style-type: none"> - ответ полный и правильный на основании изученных теорий; - материал изложен в определенной логической последовательности, при этом допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя; - работа выполнена правильно с учетом 2-3 несущественных ошибок, исправленных самостоятельно по требованию преподавателя.
Оценка «3»	<ul style="list-style-type: none"> - ответ полный, но при этом допущена существенная ошибка, или неполный, несвязный. - работа выполнена правильно не менее чем на половину или допущена существенная ошибка.
Оценка «2»	<ul style="list-style-type: none"> - при ответе обнаружено непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые студент не смог исправить при наводящих вопросах преподавателя; - отсутствие ответа; - допущены две (и более) существенные ошибки в ходе работы, которые студент не может исправить даже по требованию преподавателя; - работа не выполнена

ЛИТЕРАТУРА

Основные источники:

1. Гончаренко, В.М. Элементы высшей математики : учебник / Гончаренко В.М., Липагина Л.В., Рылов А.А. — Москва : КноРус, 2019. — 363 с. — ISBN 978-5-406-06878-6. — URL: <https://book.ru/book/931506>
2. Бахтина, Е.В. Комплект контрольно-измерительных материалов составлен для текущего контроля по дисциплине «Математика : монография / Бахтина Е.В., Корякина М.Л., Киселева И.И., Шулятьева Н.Н. — Москва : Русайнс, 2019. — 77 с. — ISBN 978-5-4365-3744-3. — URL: <https://book.ru/book/934593>

Дополнительные источники (для выполнения внеаудиторной самостоятельной работы):

1. Ельчанинова, Г. Г. Элементы высшей математики. Типовые задания с примерами решений : учебное пособие / Г. Г. Ельчанинова, Р. А. Мельников. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 92 с. — ISBN 978-5-8114-4670-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/139329>

Интернет – ресурсы:

- Электронный ресурс. URL: <http://www.matburo.ru/examples.php>
Электронный ресурс URL: <http://www.cleverstudents.ru>
Электронный ресурс. URL: <http://mathprofi.ru>
Электронный ресурс. URL: http://mathprofi.ru/saity_po_matematike.html