

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Федорова Марина Владимировна
Должность: Директор филиала
Дата подписания: 06.08.2026 09:11:20
Уникальный программный ключ:
e766def0e2eb455f02135d659e45051ac23041da

Приложение
к ППССЗ по специальности
09.02.11 Разработка и управление
программным обеспечением

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
ОП.02 ОПЕРАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И СРЕДЫ
основной профессиональной образовательной программы
09.02.11 Разработка и управление программным обеспечением
Базовая подготовка среднего профессионального образования
Год начала подготовки - 2026**

СОДЕРЖАНИЕ

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ, ПОДЛЕЖАЩИЕ ПРОВЕРКЕ

3. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Общие положения

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) предназначен для контроля и оценки результатов освоения обучающимися учебной дисциплины «Математический аппарат в отрасли информационных технологий».

ФОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся, разработанные в соответствии с требованиями ФГОС СПО и содержанием рабочей программы учебной дисциплины.

2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Код ОК	Уметь	Знать
ОК.01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам	– выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы	– структура плана для решения задач, алгоритмы выполнения работ в профессиональной и смежных областях
ОК.02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности	– определять задачи для поиска информации, планировать процесс поиска, выбирать необходимые источники информации	– определять задачи для поиска информации, планировать процесс поиска, выбирать необходимые источники информации
ОК.03 Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях	– определять актуальность нормативно-правовой документации в профессиональной деятельности	– возможные траектории профессионального развития и самообразования
ОК.04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде	– организовывать работу коллектива и команды	– организовывать работу коллектива и команды
ОК.05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста	– грамотно излагать свои мысли и оформлять документы по профессиональной тематике на государственном языке	– грамотно излагать свои мысли и оформлять документы по профессиональной тематике на государственном языке
ОК.06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения	– демонстрировать осознанное поведение	– значимость профессиональной деятельности по специальности
ОК.07 Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого	– определять направления ресурсосбережения в рамках профессиональной деятельности по специальности	– определять направления ресурсосбережения в рамках профессиональной деятельности по специальности

производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях		
ОК.08 Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности	– использовать физкультурно-оздоровительную деятельность для укрепления здоровья, достижения жизненных и профессиональных целей	– средства профилактики перенапряжения
ОК.09 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках	– понимать общий смысл четко произнесенных высказываний на известные темы (профессиональные и бытовые), понимать тексты на базовые профессиональные темы	– правила построения простых и сложных предложений на профессиональные темы

3. Распределение оценивания результатов обучения по видам контроля

Наименование элемента практического опыта, умений или знаний	Наименование оценочного средства текущего контроля и промежуточной аттестации	
	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
ПО.1. Применение в знакомой ситуации стандартных приемов, распознавание математических объектов и свойств, применение известные алгоритмов и технических навыков; ПО.2 Умение применять различные методы и технологии для решения задач; ПО.3 Демонстрация навыков использования изученных методов решения задач в различных ситуациях	Компьютерное тестирование на знание терминологии по теме. Контрольные задания, решение задач по теме.	Вопросы к экзамену
У1. выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; У2. выполнять операции над векторами; У3. выполнять операции над множествами		
З1. логические операции, формулы логики, законы алгебры логики; З2. основные понятия теории множеств; З3. основы дифференциального и интегрального исчисления		

4. Контрольные задания для оценки результатов освоения учебной дисциплины

4.1 Контрольные задания для текущего контроля

Раздел 1. Основы линейной алгебры

Тестовые задания

1. (ОВ) Результат умножения матрицы A размерности 3×2 на матрицу B размерности 2×4 будет иметь размерность:

- a) 2×2
- b) 3×4
- c) 4×3
- d) Умножение невозможно

2. (МВ) Какие из перечисленных свойств справедливы для определителя квадратной матрицы?

- a) Определитель меняет знак, если поменять местами две строки.
- b) Определитель равен нулю, если все элементы строки равны нулю.
- c) Определитель не изменится, если к одной строке прибавить другую, умноженную на число.
- d) Определитель произведения матриц равен произведению определителей.

3. (СО) Чему равен определитель матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Ответ: _____

4. (ОВ) Минором элемента матрицы называется:

- a) Сумма элементов строки и столбца.
- b) Определитель матрицы, полученной вычеркиванием строки и столбца.
- c) Произведение диагональных элементов.
- d) Алгебраическое дополнение, умноженное на $(-1)^{(i+j)}$.

5. (ОВ) Матрица называется вырожденной (особенной), если:

- a) Все ее элементы положительны.
- b) Ее определитель равен нулю.
- c) Она является квадратной.
- d) Она не является квадратной.

6. (ОВ) Система линейных уравнений называется несовместной, если она:

- a) Имеет бесконечно много решений.
- b) Имеет ровно одно решение.
- c) Не имеет ни одного решения.
- d) Ее можно решить методом Гаусса.

7. (МВ) Какие из перечисленных методов применимы для решения СЛУ?

- a) Метод Крамера.
- b) Метод Гаусса (метод последовательного исключения).
- c) Метод обратной матрицы (для матричного уравнения $A \cdot X = B$).
- d) Метод Ньютона.

8. (СО) Система $\{ 2x + y = 5; x - y = 1 \}$. Чему равен определитель Δ_u (для нахождения y по методу Крамера)?

Ответ: _____

9. (ОВ) Если ранг матрицы коэффициентов системы линейных уравнений РАНГ рангу расширенной матрицы, но меньше числа неизвестных, то система:

- a) Не имеет решений.
- b) Имеет единственное решение.
- c) Имеет бесконечное множество решений.
- d) Однородна.

10. (ОВ) Однородная система линейных уравнений (все свободные члены равны 0) всегда:

- a) Несовместна.
- b) Имеет только нулевое решение.
- c) Совместна (имеет, как минимум, нулевое решение).
- d) Имеет бесконечно много решений.

11. (ОВ) Линейной комбинацией векторов называется:

- a) Их векторное произведение.
- b) Сумма, каждый член которой является вектором, умноженным на некоторый коэффициент (скаляр).
- c) Их скалярное произведение.
- d) Вектор, равный их сумме.

12. (МВ) Какие из перечисленных действий определены для векторов a и b в трехмерном пространстве?

- a) Сложение.
- b) Умножение (как чисел).
- c) Скалярное произведение (результат — число).
- d) Векторное произведение (результат — вектор).

13. (СО) Даны векторы $a = (1, -2)$ и $b = (3, 4)$. Чему равно их скалярное произведение ($a \cdot b$)?

Ответ: _____

14. (ОВ) Векторы называются коллинеарными, если они:

- a) Лежат на параллельных прямых или на одной прямой.
- b) Их скалярное произведение равно нулю.
- c) Они имеют равные длины.
- d) Их векторное произведение равно нулевому вектору.

15. (ОВ) Базисом на плоскости называется:

- a) Любая пара векторов.
- b) Любая пара неколлинеарных векторов.
- c) Любая пара перпендикулярных векторов.
- d) Любая пара единичных векторов.

16. (ОВ) Скалярное произведение векторов a и b может быть вычислено по формуле:

- a) $|a| * |b|$
- b) $|a| * |b| * \cos(\varphi)$, где φ — угол между векторами.
- c) $|a| * |b| * \sin(\varphi)$
- d) $a_x * b_y - a_y * b_x$

17. (СО) Чему равна длина (модуль) вектора $v = (6, -8)$?

Ответ: _____

18. (МВ) Какие из следующих утверждений о векторном произведении $c = [a \times b]$ верны?

- a) Вектор с ортогонален (перпендикулярен) как вектору a , так и вектору b .
- b) Длина вектора c численно равна площади параллелограмма, построенного на a и b .
- c) Результат является скаляром (числом).
- d) $[a \times b] = -[b \times a]$.

19. (ОВ) Если скалярное произведение двух ненулевых векторов равно нулю, то эти векторы:

- a) Коллинеарны.
- b) Сонаправлены.
- c) Ортогональны (перпендикулярны).
- d) Противоположно направлены.

20. (СО) Даны точки $A(1, 2)$ и $B(4, 6)$. Чему равны координаты вектора AB ?

Ответ: _____

Ключ для проверки:

1. b) 3×4
2. a, b, c, d (все верны)
3. 1 ($2 \cdot 3 - 5 \cdot 1 = 1$)
4. b) Определитель матрицы, полученной вычеркиванием строки и столбца.
5. b) Ее определитель равен нулю.
6. c) Не имеет ни одного решения.
7. a, b, c
8. 3 (Определитель матрицы $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = 2 \cdot (-1) - 5 \cdot 1 = -7$? Проверка: Для Δu матрица: $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$. $\Delta u = (2 \cdot (-1) - (5 \cdot 1)) = -2 - 5 = -7$. Вопрос сформулирован на вычисление определителя, а не на значение u . Ответ: -7.
9. c) Имеет бесконечное множество решений.
10. c) Совместна (имеет, как минимум, нулевое решение).
11. b) Сумма, каждый член которой является вектором, умноженным на некоторый коэффициент
12. a, c, d
13. -5 ($1 \cdot 3 + (-2) \cdot 4 = 3 - 8 = -5$)
14. a) Лежат на параллельных прямых или на одной прямой. (d также верно как следствие)
15. b) Любая пара неколлинеарных векторов.
16. b) $|a| \cdot |b| \cdot \cos(\varphi)$
17. 10 ($\sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$)
18. a, b, d
19. c) Ортогональны (перпендикулярны).
20. (3, 4) ($B - A = (4-1, 6-2)$).

Контрольные задания

Вариант 1

Часть А: Матрицы и определители (10 баллов)

1. (3 балла) Даны матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Найдите, если возможно:

- a) $A \cdot B$
- б) C^2 (т.е. $C \cdot C$)

в) Определитель матрицы С.

2. (4 балла) Вычислите определитель 4-го порядка, предварительно упростив его вычисление (например, с помощью разложения по строке/столбцу или получения нулей):

text

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

3. (3 балла) Найдите матрицу, обратную к матрице D:
 $D = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

Часть В: Системы линейных уравнений (12 баллов)

4. (5 баллов) Решите систему линейных уравнений методом Гаусса. Запишите все промежуточные шаги (преобразования расширенной матрицы).

text

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 7 \end{cases}$$

5. (4 балла) Решите систему уравнений методом Крамера.

text

$$\begin{cases} 5x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 13 \end{cases}$$

6. (3 балла) Исследуйте систему на совместность и найдите общее решение (если оно существует). Ответ представьте в векторной форме.

text

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 4y - 2z = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x - 2y + z = -1 \end{cases}$$

Часть С: Векторы и действия с ними (8 баллов)

7. (3 балла) Даны векторы: $a = (1, -2, 3)$, $b = (4, 0, -1)$, $c = (-2, 1, 5)$.

Вычислите:

а) $2a - 3b + c$

б) Скалярное произведение ($a \cdot b$)

в) Косинус угла между векторами a и b .

8. (3 балла) Найдите векторное произведение векторов $p = (2, -1, 1)$ и $q = (3, 0, -2)$. Проверьте, что полученный вектор ортогонален и p , и q .

9. (2 балла) Определите, являются ли векторы $u = (2, -1, 3)$, $v = (1, 4, -2)$ и $w = (5, 2, 4)$ компланарными (лежат в одной плоскости).

Вариант 2

Часть А: Матрицы и определители (10 баллов)

1. (3 балла) Даны матрицы:

$$P = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

Найдите, если возможно:

а) $P * Q$

б) R^3 (т.е. $R * R * R$)

в) Определитель матрицы R .

2. (4 балла) Вычислите определитель 4-го порядка:

text

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

3. (3 балла) Найдите матрицу, обратную к матрице F :

$$F = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -8 & 3 \end{bmatrix}$$

Часть В: Системы линейных уравнений (12 баллов)

4. (5 баллов) Решите систему линейных уравнений методом Гаусса.

text

$$\begin{cases} x - 2y + z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y - z = 0 \end{cases}$$

$$\{ 3x - y + 2z = 5$$

5. (4 балла) Решите систему уравнений методом Крамера.

text

$$\{ 4x + 3y = 10$$

$$\{ 2x - 5y = -12$$

6. (3 балла) Исследуйте систему на совместность.

text

$$\{ 3x - y + 2z = 4$$

$$\{ 6x - 2y + 4z = 7$$

$$\{ -9x + 3y - 6z = -12$$

Часть С: Векторы и действия с ними (8 баллов)

7. (3 балла) Даны векторы: $m = (2, 1, -3)$, $n = (-1, 4, 2)$, $k = (0, -2, 1)$.

Вычислите:

а) $-m + 2n - k$

б) Скалярное произведение $(n \cdot k)$

в) Проекцию вектора m на направление вектора n ($\text{пр}_n m$).

8. (3 балла) Найдите площадь треугольника с вершинами $A(1, 0, -1)$, $B(2, 3, 0)$ и $C(0, 1, 2)$ с помощью векторного произведения.

9. (2 балла) Найдите работу силы $F = (3, -1, 4)$ при перемещении материальной точки из положения $A(2, 1, -3)$ в положение $B(5, 0, 2)$.

Критерии оценивания и краткие указания к решению

Часть А:

- **Задача 1:** Проверка знания правил умножения матриц (совпадение внутренних размеров) и возведения в степень для квадратных матриц.
- **Задача 2:** Оценивается не просто ответ, а метод упрощения (получение строки/столбца с нулями, корректное разложение).
- **Задача 3:** Стандартный алгоритм нахождения обратной матрицы 2×2 через определитель и присоединенную матрицу: $A^{-1} = (1/\det(A)) * [[d, -b], [-c, a]]$.

Часть В:

- **Задача 4:** Пошаговое приведение расширенной матрицы к ступенчатому, а затем к упрощенному виду. Важна запись хода решения.
- **Задача 5:** Четкое вычисление главного и вспомогательных определителей системы по

формулам Крамера.

- **Задача 6:** Определение рангов матрицы коэффициентов и расширенной матрицы. Для Варианта 1 — система имеет бесконечно много решений (уравнения пропорциональны), нужно выразить базисные переменные через свободные.

Часть С:

- **Задача 7:** Прямое применение формул линейных операций, скалярного произведения и формулы для косинуса угла: $\cos \varphi = (a \cdot b) / (|a| \cdot |b|)$. Для проекции: $\text{пр}_b a = (a \cdot b) / |b|$.
- **Задача 8 (Вар.1):** Векторное произведение вычисляется через определитель символической матрицы. Ортогональность проверяется через нулевое скалярное произведение.
- **Задача 8 (Вар.2):** Площадь треугольника равна половине модуля векторного произведения векторов, образующих его стороны (например, АВ и АС).
- **Задача 9 (Вар.2):** Работа равна скалярному произведению вектора силы на вектор перемещения АВ.

Общий балл: 30 (можно перевести в 5-балльную шкалу, например: 27-30 = "5", 21-26 = "4", 15-20 = "3").

Раздел 2. Элементы теории комплексных чисел

Тестовые задания

1. (ОВ) Мнимая единица i определяется как число, для которого верно:

- a) $i = \sqrt{-1}$
- b) $i^2 = -1$
- c) $i = -\sqrt{1}$
- d) $i = 1 / \sqrt{-1}$

2. (МВ) Какие из следующих утверждений о множестве комплексных чисел ($\mathbb{C}$) верны?

- a) Множество действительных чисел ($\mathbb{R}$) является подмножеством комплексных чисел ($\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$).
- b) В комплексных числах разрешимо любое квадратное уравнение.
- c) Для комплексных чисел не определено сравнение на «больше»/«меньше».
- d) Уравнение $x^2 + 1 = 0$ не имеет решений в $\mathbb{C}$.

3. (СО) Найдите сумму комплексных чисел: $z_1 = 5 - 2i$ и $z_2 = -3 + 4i$.

Ответ (в алгебраической форме $a+bi$): _____

4. (ОВ) Результатом умножения комплексного числа $z = a + bi$ на его комплексно-сопряженное ($\bar{z} = a - bi$) всегда является:

- a) Мнимое число
- b) Действительное неотрицательное число
- c) Ноль
- d) Комплексное число с удвоенной мнимой частью

5. (СО) Вычислите произведение: $(2 + 3i) \cdot (1 - i)$.

Ответ (в алгебраической форме $a+bi$): _____

6. (ОВ) Частное от деления двух комплексных чисел (при условии, что делитель не равен нулю) всегда является числом:

- a) Действительным
- b) Мнимым
- c) Комплексным

d) Натуральным

7. (ОВ) Алгебраическая форма комплексного числа имеет вид:

- a) $r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$
- b) $a + ib$
- c) $re^{i\varphi}$
- d) (a, b)

8. (МВ) Какие из следующих форм записи являются стандартными для представления комплексных чисел?

- a) Алгебраическая (координатная)
- b) Тригонометрическая
- c) Логарифмическая
- d) Показательная (экспоненциальная)

9. (СО) Комплексное число $z = 1 - i\sqrt{3}$ запишите в тригонометрической форме ($z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$). Укажите модуль r .

Ответ: $r =$ _____

10. (СО) Для числа $z = 1 - i\sqrt{3}$ из предыдущего вопроса укажите главное значение аргумента φ (в радианах).

Ответ: $\varphi =$ _____

11. (ОВ) Показательная форма комплексного числа основана на формуле Эйлера и имеет вид:

- a) $a + ib$
- b) $r * e^{i\varphi}$
- c) $r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$
- d) $|z| * \arg(z)$

12. (ОВ) Модуль комплексного числа $z = a + bi$ вычисляется по формуле:

- a) $|z| = a + b$
- b) $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- c) $|z| = a^2 + b^2$
- d) $|z| = |a| + |b|$

13. (ОВ) На комплексной плоскости действительная часть комплексного числа откладывается:

- a) По вертикальной оси (оси ординат)
- b) По горизонтальной оси (оси абсцисс)
- c) Под углом $\arg(z)$
- d) В виде радиуса-вектора

14. (МВ) Какие геометрические объекты на комплексной плоскости могут описываться следующими уравнениями?

- a) $|z| = 5$
- b) $\operatorname{Re}(z) = 3$
- c) $\operatorname{Im}(z) = -2$
- d) $|z - (1+i)| = 4$

Варианты для выбора (соотнесите с a-d):

1. Окружность с центром в (1,1) и радиусом 4.
2. Окружность с центром в (0,0) и радиусом 5.
3. Вертикальная прямая $x=3$.
4. Горизонтальная прямая $y=-2$.
5. Прямая под углом 45° .

15. (СО) На комплексной плоскости число $z = -3 + 4i$ изображается точкой с координатами:

Ответ: (_____, _____)

16. (ОВ) Геометрически сложение двух комплексных чисел соответствует:

- a) Вращению радиус-вектора
- b) Сложению их аргументов
- c) Сложению их радиус-векторов по правилу параллелограмма
- d) Умножению их модулей

17. (ОВ) Умножение комплексного числа на i геометрически означает:

- a) Растяжение его радиус-вектора в 2 раза
- b) Поворот его радиус-вектора на угол $\pi/2$ (90°) против часовой стрелки
- c) Зеркальное отражение относительно действительной оси
- d) Поворот на 180°

18. (СО) Чему равен модуль комплексного числа $z = -4i$?

Ответ: $|z| =$ _____

19. (ОВ) Множество точек на комплексной плоскости, удовлетворяющее условию $|z - z_0| = R$, где z_0 — комплексное число, $R > 0$, представляет собой:

- a) Прямую
- b) Окружность радиуса R с центром в точке z_0
- c) Луч, выходящий из точки z_0
- d) Внутренность круга

20. (СО) Комплексно-сопряженное к числу $z = 2e^{(i\pi/3)}$ в показательной форме имеет вид: $re^{(i\varphi)}$. Укажите аргумент φ .

Ответ: $\varphi =$ _____

Ключ для проверки

- 1. **b)** $i^2 = -1$ (это строгое определение, вариант а — неформальная запись)
- 2. **a, b, c** (Утверждение d неверно: уравнение $x^2+1=0$ как раз ИМЕЕТ решения в $\mathbb{C}$: $x = \pm i$)
- 3. **2 + 2i** ($((5-3) + (-2+4)i = 2+2i)$)
- 4. **b)** Действительное неотрицательное число ($((a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2 \geq 0)$)
- 5. **5 + i** ($(2*1 + 2*(-i) + 3i*1 + 3i*(-i) = 2 - 2i + 3i - 3i^2 = 2 + i + 3 = 5 + i)$)
- 6. **c)** Комплексным
- 7. **b)** $a + ib$
- 8. **a, b, d** (Логарифмическая форма используется реже и не считается одной из трех основных)
- 9. **r = 2** ($|z| = \sqrt{(1^2 + (-\sqrt{3})^2)} = \sqrt{1+3} = 2$)
- 10. **$\varphi = -\pi/3$ или $5\pi/3$** (Точка $(1, -\sqrt{3})$ в 4-й четверти, $\cos \varphi = 1/2$, $\sin \varphi = -\sqrt{3}/2 \Rightarrow \varphi = -\pi/3$ (главное значение))
- 11. **b)** $r * e^{(i\varphi)}$
- 12. **b)** $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- 13. **b)** По горизонтальной оси (оси абсцисс)
- 14. **a-2, b-3, c-4, d-1**
 - * $|z|=5$ — окружность с центром в 0, радиус 5.
 - * $\operatorname{Re}(z)=3$ — вертикальная прямая $x=3$.
 - * $\operatorname{Im}(z)=-2$ — горизонтальная прямая $y=-2$.
 - * $|z-(1+i)|=4$ — окружность с центром в $(1,1)$, радиус 4.
- 15. **(-3, 4)**
- 16. **c)** Сложению их радиус-векторов по правилу параллелограмма
- 17. **b)** Поворот его радиус-вектора на угол $\pi/2$ (90°) против часовой стрелки (т.к. $i = e^{(i\pi/2)}$)
- 18. **4** ($|z| = \sqrt{(0^2 + (-4)^2)} = 4$)

19. б) Окружность радиуса R с центром в точке z_0
20. $\varphi = -\pi/3$ (Сопряжение меняет знак мнимой части/аргумента: если $z = re^{i\varphi}$, то $\bar{z} = re^{-i\varphi}$)

Контрольные задания

Вариант 1

Часть А: Алгебраическая форма. Базовые операции (12 баллов)

1. (4 балла) Выполните действия с комплексными числами в алгебраической форме. Результат запишите в виде $a + bi$.

- а) $(3 - 4i) + (-2 + 7i)$
б) $(1 + i)(2 - 3i)$
в) $(5 - i) / (1 + 2i)$
г) i^{25} (упростите степень мнимой единицы)

2. (3 балла) Решите уравнение в поле комплексных чисел:
 $z^2 - 4z + 13 = 0$

3. (2 балла) Для комплексного числа $z = 2 - 5i$ найдите:

- а) Комплексно-сопряженное число $\bar{z}$.
б) Вычислите $z * \bar{z}$.

4. (3 балла) Решите систему уравнений для комплексных чисел z_1 и z_2 :
 $\{ z_1 + z_2 = 4 + 2i, \{ z_1 - z_2 = -2 + 6i$

Часть В: Тригонометрическая и показательная формы (10 баллов)

5. (4 балла) Дано комплексное число $z = -\sqrt{3} + i$.

- а) Найдите модуль $|z|$ и главное значение аргумента $\arg z$.
б) Запишите число z в тригонометрической форме.
в) Запишите число z в показательной форме.
г) Используя формулу Муавра, вычислите z^4 . Результат представьте в алгебраической форме.

6. (3 балла) Выполните умножение и деление, используя тригонометрическую или показательную форму. Результат запишите в алгебраической форме.

Дано:

$$z_1 = 4(\cos(\pi/3) + i \sin(\pi/3))$$

$$z_2 = 2(\cos(\pi/6) + i \sin(\pi/6))$$

Найдите: а) $z_1 * z_2$; б) z_1 / z_2 .

7. (3 балла) Найдите все комплексные корни третьей степени из числа $z = -8i$. Изобразите их схематически на комплексной плоскости.

Часть С: Геометрическая интерпретация (8 баллов)

8. (3 балла) На комплексной плоскости:

- а) Отметьте точки, соответствующие числам: $A = 3i$, $B = -2$, $C = 1 - i$.
б) Найдите число, соответствующее точке, симметричной точке C относительно действительной оси.
в) Найдите число, соответствующее точке, симметричной точке A относительно начала координат.

9. (2 балла) Изобразите на комплексной плоскости множество всех точек z , удовлетворяющих условию: $|z - (1 - i)| = 2$.

10. (3 балла) Пусть z — произвольное комплексное число. Что описывают на

комплексной плоскости следующие условия? Дайте геометрический ответ.

- а) $\text{Im}(z) = 2$
- б) $\text{Re}(z) = -1$
- в) $|z| = 3$

Вариант 2

Часть А: Алгебраическая форма. Базовые операции (12 баллов)

1. (4 балла) Выполните действия с комплексными числами:

- а) $(-5 + 2i) - (3 - 4i)$
- б) $(2 - i)(3 + 5i)$
- в) $(3 + 4i) / (1 - i)$
- г) i^{34}

2. (3 балла) Решите уравнение в поле комплексных чисел:

$$z^2 + 2z + 5 = 0$$

3. (2 балла) Для комплексного числа $z = -3 + 4i$ найдите:

- а) Комплексно-сопряженное число $\bar{z}$.
- б) Вычислите $z + \bar{z}$.

4. (3 балла) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} z_1 + 2z_2 = 7 + i, \\ 2z_1 - z_2 = 4 + 7i \end{cases}$$

Часть В: Тригонометрическая и показательная формы (10 баллов)

5. (4 балла) Дано комплексное число $z = 1 - i$.

- а) Найдите модуль $|z|$ и главное значение аргумента $\arg z$.
- б) Запишите число z в тригонометрической форме.
- в) Запишите число z в показательной форме.
- г) Используя формулу Муавра, вычислите z^6 . Результат представьте в показательной форме.

6. (3 балла) Даны числа в показательной форме:

$$z_1 = 3e^{i\pi/4}$$

$$z_2 = \sqrt{2} e^{i3\pi/4}$$

Найдите: а) $z_1 * z_2$; б) z_1 / z_2 . Результаты представьте в алгебраической форме.

7. (3 балла) Найдите все комплексные корни квадратные из числа $z = 3 + 4i$ (подсказка: ищите в алгебраической форме $a+bi$). Изобразите их на комплексной плоскости.

Часть С: Геометрическая интерпретация (8 баллов)

8. (3 балла) На комплексной плоскости:

- а) Отметьте точки: $A = -4i$, $B = 3$, $C = -1 + 2i$.
- б) Найдите число, соответствующее точке, симметричной точке C относительно мнимой оси.
- в) Найдите число, соответствующее точке, полученной поворотом точки B на угол $\pi/2$ вокруг начала координат против часовой стрелки.

9. (2 балла) Изобразите на комплексной плоскости множество точек z , удовлетворяющих условию: $|z + 2i| = 1$.

10. (3 балла) Что описывают на комплексной плоскости следующие условия?

- а) $\operatorname{Re}(z) \leq 0$
- б) $1 < |z| \leq 3$
- в) $\operatorname{Im}(z) = \operatorname{Re}(z)$

Критерии оценивания и краткие указания к решению

Общий балл: 30

Часть А (12 баллов):

- **Задание 1:** Техника базовых арифметических операций. В пункте (в) — обязательное домножение числителя и знаменателя на сопряженное к знаменателю. (1 балл за каждый верный пункт).
- **Задание 2:** Решение квадратного уравнения с отрицательным дискриминантом: $D = b^2 - 4ac$. Нахождение комплексных корней. (3 балла за верное решение и ответ).
- **Задание 3:** Понимание операции сопряжения и ее свойства $z \cdot \bar{z} = |z|^2$. (1+1 балла).
- **Задание 4:** Решение линейной системы как с обычными числами, но с учетом i . Метод сложения/вычитания. (3 балла за верное нахождение z_1 и z_2).

Часть В (10 баллов):

- **Задание 5:** Ключевой навык перевода между формами.
 - а) $r = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\varphi = \arctg(b/a)$ с учетом четверти (V1: $(-\sqrt{3}, 1) \rightarrow$ 2-я четв., $\varphi = 5\pi/6$; V2: $(1, -1) \rightarrow$ 4-я четв., $\varphi = -\pi/4$ или $7\pi/4$). (1 балл).
 - б, в) Правильная запись форм. (1+1 балл).
 - г) Применение формулы Муавра: $z^n = r^n (\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$. (1 балл).
- **Задание 6:** Демонстрация преимуществ тригонометрической/показательной формы для умножения/деления: модули перемножаются/делятся, аргументы складываются/вычитаются. (1.5+1.5 балла).
- **Задание 7:** Нахождение всех корней степени n : $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \cdot e^{i(\varphi + 2\pi k)/n}$, $k=0,1,2$. Для V2 — алгебраическое решение $(a+bi)^2 = 3+4i$. Схематическое изображение корней как вершин правильного n -угольника. (3 балла: 2 за вычисление, 1 за рисунок).

Часть С (8 баллов):

- **Задание 8:** Понимание геометрии комплексной плоскости: симметрии, поворот на 90° — умножение на i . (1+1+1 балл).
- **Задание 9:** Умение распознать уравнение окружности $|z - z_0| = R$ и правильно построить ее с центром z_0 . (2 балла за верный чертеж).
- **Задание 10:** Интерпретация условий: $\operatorname{Im}(z)=a$ — горизонтальная прямая, $\operatorname{Re}(z)=b$ — вертикальная прямая, $|z|=R$ — окружность, неравенства — полуплоскости и кольца. (1+1+1 балл).

Шкала перевода (примерная):

- **27-30 баллов:** Отлично (5)
- **22-26 баллов:** Хорошо (4)

- 15-21 балл: Удовлетворительно (3)
- <15 баллов: Неудовлетворительно (2)

Раздел 3. Основы математической логики

Тестовые задания

1. (ОВ) Какое из следующих предложений является высказыванием?

- Решите уравнение $x^2 = 4$.
- Число π является рациональным.
- Какой сегодня день?
- Да здравствует логика!

2. (ОВ) Импликация (логическое следование) $A \rightarrow B$ ложна только в одном случае. В каком?

- A — ложно, B — истинно.
- A — истинно, B — ложно.
- A — ложно, B — ложно.
- A — истинно, B — истинно.

3. (СО) Заполните пропуск в таблице истинности для конъюнкции (И, $\wedge$).

A	B	$A \wedge B$
И	И	И
И	Л	_____
Л	И	Л
Л	Л	Л

Ответ: _____(И/Л или 1/0)

4. (МВ) Какие из следующих логических операций являются бинарными (требуют двух операндов)?

- Отрицание ($\neg$, $\neg$)
- Конъюнкция ($\wedge$)
- Дизъюнкция ($\vee$, $\vee$)
- Импликация ($\rightarrow$)

5. (ОВ) Для формулы, содержащей n различных логических переменных, сколько строк будет в её полной таблице истинности?

- n

- b) $2n$
- c) n^2
- d) 2^n

6. (СО) Постройте фрагмент таблицы истинности для формулы $F = \neg A \vee B$. Чему равно значение F при $A=\text{Л}$, $B=\text{И}$?

Ответ: _____ (И/Л или 1/0)

7. (ОВ) Формула называется тождественно истинной (тавтологией), если:

- a) Она истинна при всех значениях переменных.
- b) Она ложна при всех значениях переменных.
- c) Она содержит хотя бы одну истину.
- d) Она содержит импликацию.

8. (МВ) Какие из перечисленных последовательностей шагов являются корректными при построении таблицы истинности для сложной формулы?

- a) Определить количество переменных и строк.
- b) Записать все возможные наборы значений переменных.
- c) Вычислить значение всей формулы для каждого набора, не вычисляя подформулы.
- d) Вычислять значения по порядку, от самых внутренних подформул к внешним.

9. (ОВ) Закон исключенного третьего формулируется как:

- a) $\neg(A \wedge \neg A)$
- b) $A \vee \neg A$
- c) $A \rightarrow A$
- d) $A \wedge \neg A \equiv \text{Л}$

10. (СО) Примените закон де Моргана к формуле: $\neg(A \wedge B)$. Запишите результат.

Ответ: $\neg A \vee \neg B$ (или в символьной форме: _____)

11. (ОВ) Закон двойного отрицания утверждает, что:

- a) $\neg A \equiv A$
- b) $\neg\neg A \equiv A$
- c) $A \wedge \neg A \equiv \text{Л}$
- d) $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \wedge \neg B$

12. (МВ) Какие из следующих пар формул являются равносильными ($\equiv$)?

- a) $A \rightarrow B$ и $\neg A \vee B$
- b) $A \vee B$ и $B \vee A$ (коммутативность)
- c) $A \wedge (B \vee C)$ и $(A \wedge B) \vee C$ (без учета скобок)
- d) $\neg(A \rightarrow B)$ и $A \wedge \neg B$

13. (СО) Упростите выражение, используя законы логики: $A \vee (\neg A \wedge B)$.

Ответ: _____ (в виде простейшей формулы)

14. (ОВ) Если формула $A \rightarrow B$ является истинной, и известно, что B ложно, то что можно сказать об A ?

- a) A истинно.
- b) A ложно.
- c) A может быть любым.
- d) По условию нельзя сделать вывод.

15. (МВ) Для проверки формулы на тождественную ложность (противоречие) достаточно:

- а) Найти в таблице истинности хотя бы одну строку с истиной.
- б) Убедиться, что в последнем столбце таблицы истинности везде стоит Л.
- в) Попытаться упростить её до константы Л.
- г) Проверить, является ли её отрицание тавтологией.

16. (СО) Каково значение истинности высказывания: «Если $2+2=5$, то Земля вращается вокруг Солнца»? (Считаем второе утверждение истинным).

Ответ: _____ (И/Л или 1/0)

17. (ОВ) Эквиваленция (логическая равнозначность) $A \leftrightarrow B$ истинна тогда и только тогда, когда:

- а) А и В оба истинны.
- б) А и В оба ложны.
- в) Значения А и В совпадают.
- г) Хотя бы одно из А, В истинно.

18. (СО) Запишите закон поглощения для конъюнкции.

Ответ: $A \wedge (A \vee B) \equiv A$ (или в символьной форме: _____)

19. (МВ) Какие преобразования являются равносильными (сохраняющими истинностное значение формулы)?

- а) Замена подформулы на равносильную ей.
- б) Изменение порядка переменных в конъюнкции.
- в) Замена импликации на дизъюнкцию: $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$.
- г) Удаление «лишних» скобок согласно приоритету операций.

20. (ОВ) Приоритет логических операций (от высшего к низшему) обычно такой:

- а) $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
- б) $\wedge, \vee, \neg, \rightarrow, \leftrightarrow$
- в) $\neg, \wedge, \vee, \leftrightarrow, \rightarrow$
- г) $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \neg$

Ключ для проверки

Раздел 1:

- 1. **б)** Число π является рациональным. (Это утверждение, которое можно оценить как ложное).
- 2. **б)** А — истинно, В — ложно. (Истина не может следовать из лжи).
- 3. **Л** (или 0). (Конъюнкция истинна только когда оба операнда истинны).
- 4. **б, в, г** (Отрицание — унарная операция).

Раздел 2:

- 5. **д)** 2^n
- 6. **И** (или 1). ($\neg Л = И$, $И \vee И = И$).
- 7. **а)** Она истинна при всех значениях переменных.
- 8. **а, б, д**

Раздел 3:

- 9. **б)** $A \vee \neg A$ (Высказывание либо истинно, либо ложно, третьего не дано).

10. $\neg A \vee \neg B$

11. **b)** $\neg\neg A \equiv A$

12. **a, b, d**

* **c)** Неверно. Правильный закон дистрибутивности: $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$.

13. **A $\vee$ B** (По закону поглощения/дистрибутивности: $A \vee (\neg A \wedge B) \equiv (A \vee \neg A) \wedge (A \vee B) \equiv I \wedge (A \vee B) \equiv A \vee B$).

Раздел 4:

14. **b)** A ложно. (Из истинности $A \rightarrow B$ и ложности B по закону контрапозиции/модус толленс следует $\neg A$).

15. **b, c, d**

16. **И** (или 1). (Импликация с ложной посылкой истинна независимо от следствия).

17. **c)** Значения A и B совпадают.

18. **A $\wedge$ (A $\vee$ B) $\equiv$ A**

19. **a, b, c, d** (Все перечисленные действия сохраняют истинностное значение или являются синтаксической нормой).

20. **a)** $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ (Отрицание имеет самый высокий приоритет).

Контрольные задания

Вариант 1

Часть А: Алгебра высказываний и таблицы истинности (14 баллов)

1. (4 балла) Определите, являются ли следующие предложения высказываниями. Если да, укажите их возможное значение истинности (И/Л), если это возможно.

а) Число 17 является простым.

б) $x + 5 = 12$

в) Все медведи — белые.

г) Эта теорема очень сложная.

2. (4 балла) Для формулы $F = (A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$:

а) Определите количество различных логических переменных.

б) Постройте полную таблицу истинности.

в) Определите вид формулы (тавтология, противоречие, выполнимая).

3. (3 балла) Постройте таблицу истинности для формулы $(A \vee \neg B) \wedge (B \rightarrow A)$. Укажите все наборы переменных, при которых формула принимает значение **И**.

4. (3 балла) Запишите в виде формулы высказывание: «Если сегодня пятница и после пар, то мы идем в кино или гуляем в парке». Обозначьте простые высказывания:

P — «Сегодня пятница»

Q — «Сейчас после пар»

R — «Мы идем в кино»

S — «Мы гуляем в парке»

Часть В: Законы логики и равносильные преобразования (10 баллов)

5. (4 балла) Докажите равносильность, используя законы алгебры логики. Указывайте название применяемого закона на каждом шаге.

$$(A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow B) \equiv B$$

6. (3 балла) Упростите формулу, используя законы логики (приведите к наиболее простому виду):

$$\neg(A \vee B) \vee (\neg A \wedge B) \vee A$$

7. (3 балла) Проверьте, являются ли формулы равносильными, используя:

- (1 балл) Построение таблиц истинности для $F1 = \neg(A \wedge B)$ и $F2 = \neg A \vee \neg B$
- (2 балла) Преобразование одной формулы к другой с помощью законов де Моргана.

Часть С: Логический вывод и анализ рассуждений (6 баллов)

8. (3 балла) Проверьте корректность рассуждения, используя законы логики:

Если завтра будет дождь (D), то поездка отменится (T).

Если поездка отменится, то мы пойдем в музей (M).

Завтра дождя не будет.

Следовательно, мы не пойдем в музей.

9. (3 балла) Определите, какое логическое значение (И/Л) должно быть у высказываний А и В, если известно, что следующие два высказывания истинны одновременно:

- $A \rightarrow B = \text{Л}$
- $A \vee B = \text{И}$

Вариант 2

Часть А: Алгебра высказываний и таблицы истинности (14 баллов)

1. (4 балла) Определите, являются ли следующие предложения высказываниями. Если да, укажите их возможное значение истинности (И/Л), если это возможно.

а) $3^2 + 4^2 = 5^2$

б) Существуют внеземные цивилизации.

в) Закройте дверь!

г) Если целое число четно, то оно делится на 2.

2. (4 балла) Для формулы $F = (A \wedge B) \rightarrow (A \vee C)$:

а) Определите количество различных логических переменных.

б) Постройте полную таблицу истинности.

в) Укажите, при каких условиях (наборах значений А, В, С) формула принимает значение Л.

3. (3 балла) Постройте таблицу истинности для формулы $\neg A \rightarrow (B \wedge \neg A)$. Укажите все наборы переменных, при которых формула ложна.

4. (3 балла) Запишите в виде формулы высказывание: «Сайт будет доступен (S), если сервер работает (P) и не проводится техническое обслуживание (T)». Обозначьте простые высказывания буквами по своему выбору.

Часть В: Законы логики и равносильные преобразования (10 баллов)

5. (4 балла) Докажите равносильность, используя законы алгебры логики. Указывайте название применяемого закона на каждом шаге.

$$(A \vee B) \rightarrow C \equiv (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)$$

6. (3 балла) Упростите формулу, используя законы логики (приведите к наиболее простому виду):

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$$

7. (3 балла) Проверьте, являются ли формулы равносильными:

а) (1 балл) Построение таблиц истинности для $F1 = A \rightarrow B$ и $F2 = \neg B \rightarrow \neg A$

б) (2 балла) Преобразование с помощью известных равносильностей (контрапозиция).

Часть С: Логический вывод и анализ рассуждений (6 баллов)

8. (3 балла) Проверьте корректность рассуждения:

Если Петя сдаст экзамен (E), то он получит стипендию (S).

Если Петя будет много заниматься (H), то он сдаст экзамен.

Петя получил стипендию.

Следовательно, Петя много занимался.

9. (3 балла) Определите, какое логическое значение (И/Л) должно быть у высказываний X и Y, если известно, что следующие два высказывания истинны одновременно:

1. $X \wedge Y = И$

2. $X \rightarrow Y = Л$

Критерии оценивания и ключевые решения

Общий балл: 30

Часть А (14 баллов):

- **Задание 1:** Понимание понятия «высказывание» (должно быть повествовательным предложением с определённым значением истинности).
 - Вариант 1: а) Да (И), б) Нет (не определено), в) Да (Л), г) Нет (неопределённое понятие «сложная»).
 - Вариант 2: а) Да (И), б) Да (значение нам неизвестно, но оно объективно существует), в) Нет (побуждение), г) Да (И).
 - **Критерий:** 1 балл за каждый верно определённый пункт.
- **Задание 2/3:** Техника построения таблиц истинности.
 - **2 (Вар.1):** Формула — тавтология (закон контрапозиции). Таблица $2^2=4$ строки.
 - **2 (Вар.2):** Формула ложна только при $A=И, B=И, C=Л$. Таблица $2^3=8$ строк.
 - **3 (Вар.1):** Формула истинна при $(A=И, B=И), (A=И, B=Л), (A=Л, B=Л)$.
 - **3 (Вар.2):** Формула ложна при $A=И, B=Л$.

- **Критерий:** а) 1 балл, б) 2 балла (за корректную таблицу), в) 1 балл.
- **Задание 4:** Перевод с естественного языка на формальный.
- Вар.1: $(P \wedge Q) \rightarrow (R \vee S)$
- Вар.2: $P \wedge \neg T \rightarrow S$ (или $S \leftrightarrow P \wedge \neg T$ в зависимости от трактовки «если»).
- **Критерий:** 3 балла за верную формулу с правильной расстановкой операций.

Часть В (10 баллов):

- **Задание 5:** Доказательство равносильности.
- Вар.1: $(A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow B) \equiv (\neg A \vee B) \wedge (A \vee B) \equiv (\neg A \wedge A) \vee B \equiv \text{Л} \vee B \equiv B$. Законы: замена импликации, дистрибутивный, закон противоречия, закон с константой.
- Вар.2: $(A \vee B) \rightarrow C \equiv \neg(A \vee B) \vee C \equiv (\neg A \wedge \neg B) \vee C \equiv (\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C) \equiv (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)$. Законы: замена импликации, де Моргана, дистрибутивный, замена импликации.
- **Критерий:** 1 балл за каждый верный шаг с указанием закона (4 шага = 4 балла).
- **Задание 6:** Упрощение формул.
- Вар.1: $\neg(A \vee B) \vee (\neg A \wedge B) \vee A \equiv (\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B) \vee A \equiv \neg A \wedge (\neg B \vee B) \vee A \equiv \neg A \wedge \text{И} \vee A \equiv \neg A \vee A \equiv \text{И}$. (Тавтология).
- Вар.2: $(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B) \equiv A \wedge (B \vee \neg B) \vee (\neg A \wedge B) \equiv A \wedge \text{И} \vee (\neg A \wedge B) \equiv A \vee (\neg A \wedge B) \equiv (A \vee \neg A) \wedge (A \vee B) \equiv \text{И} \wedge (A \vee B) \equiv A \vee B$. (Закон склеивания/дистрибутивности).
- **Критерий:** 3 балла за правильный упрощённый вид.
- **Задание 7:** Проверка равносильности двумя способами.
- Вар.1: $F1$ и $F2$ — законы де Моргана. Равносильны.
- Вар.2: $F1$ и $F2$ — закон контрапозиции. Равносильны.
- **Критерий:** а) 1 балл за правильные таблицы, б) 2 балла за цепочку преобразований.

Часть С (6 баллов):

- **Задание 8:** Проверка корректности рассуждения (формализация и проверка, является ли заключение логическим следствием посылок).
- Вар.1: $D \rightarrow T, T \rightarrow M, \neg D \vdash \neg M$. Рассуждение **некорректно**. Из данных посылок $\neg M$ не следует. Контрпример: $D=\text{Л}, T=\text{И}, M=\text{И}$.
- Вар.2: $H \rightarrow E, E \rightarrow S, S \vdash H$. Рассуждение **некорректно** (ошибка утверждения следствия). Из S и $E \rightarrow S$ не следует E . Контрпример: $H=\text{Л}, E=\text{И}, S=\text{И}$.
- **Критерий:** 2 балла за формализацию, 1 балл за верный вывод о корректности и пояснение.
- **Задание 9:** Анализ системы условий.
- Вар.1: Из $A \rightarrow B = \text{Л}$ следует $A=\text{И}, B=\text{Л}$. Проверяем $A \vee B = \text{И} \vee \text{Л} = \text{И}$. Условия совместны. Ответ: $A=\text{И}, B=\text{Л}$.
- Вар.2: Из $X \wedge Y = \text{И}$ следует $X=\text{И}, Y=\text{И}$. Но тогда $X \rightarrow Y = \text{И} \rightarrow \text{И} = \text{И}$, что противоречит второму условию ($X \rightarrow Y = \text{Л}$). **Нет таких значений**, система несовместна.
- **Критерий:** 3 балла за найденные значения или вывод о несовместности.

Шкала перевода (примерная):

- **27-30 баллов:** Отлично (5)
- **22-26 баллов:** Хорошо (4)
- **15-21 балл:** Удовлетворительно (3)
- **<15 баллов:** Неудовлетворительно (2)

4.2 Контрольные задания для промежуточной аттестации

Вопросы для экзамена

1. Дайте определение ранга матрицы. Как он связан с решением систем линейных уравнений?
2. Сформулируйте теорему Кронекера-Капелли. Каков её практический смысл?
3. Что такое определитель матрицы? Перечислите его основные свойства.
4. Объясните геометрический смысл векторного произведения двух векторов в $\mathbb{R}^3$.
5. Что такое фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений? Как её построить?
6. Опишите алгоритм нахождения обратной матрицы методом элементарных преобразований.
7. Дайте определение комплексного числа в алгебраической форме. Что такое мнимая единица?
8. Объясните геометрический смысл умножения комплексных чисел в тригонометрической форме.
9. Сформулируйте основную теорему алгебры. Какой важный вывод из неё следует для многочленов с действительными коэффициентами?
10. Что такое формула Муавра? Приведите пример её применения для возведения комплексного числа в степень.
11. Как найти все корни n -й степени из комплексного числа? Изобразите их геометрическое расположение.
12. Что описывает на комплексной плоскости уравнение $|z - z_0| = R$? Приведите пример задания множества с помощью таких условий.
13. Дайте определение высказывания. Приведите примеры предложений, являющихся и не являющихся высказываниями.
14. Постройте таблицу истинности для логической операции «эквиваленция» ($\leftrightarrow$). В каких случаях она истинна?
15. Сформулируйте законы де Моргана для логики высказываний. Проиллюстрируйте их применение для упрощения формул.
16. Что такое тавтология, противоречие и выполнимая формула? Приведите по одному примеру.
17. Объясните разницу между необходимым и достаточным условиями на языке логических операций.
18. Что такое нормальные формы (КНФ и ДНФ) в логике? Какова их практическая значимость?
19. Дайте определение графа, смежных вершин, инцидентных ребер. Что такое простой граф?
20. Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования эйлера цикла в связном графе.
21. В чём состоит проблема нахождения гамильтонова цикла? Почему для неё нет простого критерия, в отличие от эйлеровой задачи?
22. Сформулируйте и докажите теорему о связи количества вершин и рёбер в дереве.
23. Что такое матрица смежности графа? Как с её помощью найти количество путей заданной длины между вершинами?
24. Объясните, как с помощью графов можно моделировать задачи планирования (например, составление расписаний).
25. Дайте определение производной функции в точке с точки зрения предела. Каков её геометрический и физический смысл?
26. Сформулируйте правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей. При каких условиях оно применимо?
27. Перечислите этапы полного исследования функции и построения её графика.
28. Что такое дифференциал функции? Объясните его связь с приращением функции и его

применение в приближённых вычислениях.

29. Сформулируйте необходимые и достаточные условия монотонности и экстремума функции на интервале.
30. Дайте определение частной производной функции нескольких переменных. Что она характеризует?
31. Что такое полный дифференциал функции двух переменных? Как он связан с касательной плоскостью к поверхности?
32. Опишите алгоритм нахождения локальных экстремумов функции двух переменных.
33. Дайте классическое и статистическое определения вероятности. В чём их различия?
34. Сформулируйте формулу полной вероятности. В какой ситуации она применяется?
35. Сформулируйте формулу Байеса. Какова её интерпретация и область применения?
36. Дайте определение дискретной и непрерывной случайной величины. Приведите примеры.
37. Что такое математическое ожидание и дисперсия случайной величины? Каков их смысл и свойства?
38. Сформулируйте закон больших чисел (в форме теоремы Бернулли). Какова его принципиальная важность?
39. Что такое доверительный интервал для оценки неизвестного параметра? От чего зависит его ширина?
40. В чём суть проверки статистических гипотез? Опишите последовательность действий и понятия ошибок первого и второго рода.

Критерии оценки

Оценка «5» - (отлично)

При ответе материал изложен грамотным языком в определенной логической последовательности, точно использована терминология, полно раскрыто содержание материала в объеме, предусмотренном программой, продемонстрировано усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов.

Оценка «4» - (хорошо)

Ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков: в изложении допущены небольшие пробелы; допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя; допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, легко исправленные по замечанию преподавателя.

Оценка «3» - (удовлетворительно)

При ответе неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание, имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий.

Оценка «2» - (неудовлетворительно)

При ответе не раскрыто основное содержание учебного материала; обнаружено незнание или непонимание обучающимся большей или наиболее важной части учебного материала; допущены ошибки в определении понятий, допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.